



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

ESTUDIO DE TRANSICIONES HIPERFINAS EN UN GAS
CUÁNTICO DE LITIO

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

FÍSICO

P R E S E N T A :

ANDRÉS GUTIÉRREZ VALDÉS

TUTOR

DR. JORGE AMIN SEMAN HARUTINIAN



CIUDAD UNIVERSITARIA, Cd. Mx., PRIMAVERA 2020



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Hoja de Datos del Jurado

1. Datos del alumno

Andrés Gutiérrez Valdés

Correo electrónico: agutierrez_v1796@ciencias.unam.mx

Teléfono: 55 34 48 30 16

Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

Física

Número de cuenta: 31266961-0

2. Datos del tutor

Dr. Jorge Amin Seman Harutinian

3. Datos del sinodal 1

Dr. José Ignacio Jiménez Mier y Terán

4. Datos del sinodal 2

Dr. Víctor Manuel Romero Rochín

5. Datos del sinodal 3

Dr. Carlos Ramírez Ramos

6. Datos del sinodal 4

Dr. Jesús Garduño Mejía

7. Datos de la tesis

Estudio de transiciones hiperfinas en un gas cuántico de litio

119 p.

2020

Resumen

En esta tesis se estudia la producción de mezclas de poblaciones entre las tres proyecciones hiperfinas de más baja energía del isótopo de ${}^6\text{Li}$ (o $|1\rangle$, $|2\rangle$ y $|3\rangle$ como se les llama comúnmente) en el experimento del Laboratorio de Materia Ultrafría del Instituto de Física de la UNAM.

Con ese propósito se presenta el diseño, construcción y caracterización de una antena capaz de emitir pulsos y barridos de radiofrecuencia en una banda de 2 MHz centrada alrededor de 76 MHz, que corresponde a la diferencia de energía entre $|1\rangle$ y $|2\rangle$ y en otra banda del mismo tamaño centrada alrededor de 83 MHz, que corresponde a la diferencia entre $|2\rangle$ y $|3\rangle$ para un rango de campos magnéticos entre 500 y 900 G.

El resultado principal de este trabajo es un estudio de las transiciones cuánticas, en particular, se presenta la primera observación experimental de oscilaciones de Rabi y transiciones de Landau-Zener en nuestro laboratorio. Asimismo, se utiliza la técnica de espectroscopía de radiofrecuencia, que permite determinar el campo magnético en la muestra atómica con alta precisión, para determinar la estabilidad del campo magnético de la bobina de Feshbach. Finalmente, se implementa una rutina de mezcla con la cuál, mediante múltiples transiciones de Landau-Zener espaciadas aleatoriamente, se puede generar una mezcla balanceada 50/50 de los estados $|1\rangle$ y $|2\rangle$.

Además, de manera paralela a la temática central se describe el diseño, construcción y operación de un analizador de polarización impreso en 3D, cuya automatización se realiza por medio de una tarjeta de desarrollo *open-source* (marca Arduino). Este analizador permite determinar el estado de polarización de un haz láser, siendo particularmente útil para conocer la polarización de la luz de salida de una fibra óptica. Una aplicación especialmente importante de este analizador es la estabilización rápida y eficaz de la polarización de salida de las fibras ópticas utilizadas en el experimento.

Índice general

Introducción	1
1. Fundamentos teóricos	4
1.1. Estadística de partículas	4
1.1.1. Estadística clásica	4
1.1.2. Estadísticas cuánticas	7
1.2. El gas cuántico de ${}^6\text{Li}$	13
1.2.1. Resonancia de Feshbach	13
1.2.2. Propiedades físicas del ${}^6\text{Li}$	15
1.2.3. Estructura fina e hiperfina	15
1.2.4. Efecto Zeeman y la fórmula de Breit-Rabi	18
2. El experimento del LMU	24
2.1. Sistema de vacío	24
2.2. Enfriamiento láser	26
2.2.1. Enfriamiento Doppler	28
2.2.2. Desacelerador Zeeman	28
2.2.3. Melazas ópticas	29
2.2.4. MOT	30
2.2.5. Melaza D2 y melaza gris	32
2.3. Enfriamiento evaporativo	35
2.3.1. Trampa Óptica Dipolar	35
2.3.2. Enfriamiento Evaporativo	37
2.4. Imagen de absorción	38
3. Transiciones cuánticas en 2 niveles	41
3.1. Sistema de dos niveles	41
3.2. Oscilaciones de Rabi	44

3.3. Transiciones de Landau-Zener	48
4. Antena de radiofrecuencia	54
4.1. Excitación de transiciones cuánticas con radiofrecuencia	54
4.2. Antenas de espira (loop)	55
4.3. Circuito para el acoplamiento de impedancia	58
4.4. Interruptor de respuesta rápida	61
4.5. Caracterización de la antena	61
4.5.1. Acoplamiento y medidas	61
5. Realización experimental	66
5.1. Transiciones de radiofrecuencia	66
5.2. Transiciones de Landau-Zener	69
5.2.1. Dependencia temporal	70
5.2.2. Evolución temporal	70
5.2.3. Dependencia del intervalo de frecuencia	71
5.2.4. Dependencia de la potencia	72
5.3. Espectroscopía de RF	74
5.4. Oscilaciones de Rabi	77
5.5. Rutina de mezcla	79
6. Analizador de polarización	81
6.1. El Formalismo de Stokes	82
6.1.1. Estabilización de fibras ópticas	83
6.1.2. Determinación del radio de polarización	85
6.2. El analizador	87
6.2.1. División de amplitud	87
6.2.2. Hardware, software y adquisición de datos	89
6.3. El dispositivo final	91
7. Conclusiones y perspectivas	95
7.1. Conclusiones	95
7.2. Perspectivas	97
7.2.1. Ondas de Faraday	97
Apéndice	101
Bibliografía	111

Agradecimientos

A mis padres, Ana María Valdés y Héctor Gutiérrez, quienes me apoyan incondicionalmente en la búsqueda de mí mismo desde que tengo memoria, quienes me dan su cariño y con quienes puedo contar siempre. Unas pocas palabras en un párrafo no bastan para agradecerles, pero espero que les guste el primer fruto de todo lo que ustedes invirtieron en mí. Buscaré siempre ser el hombre que me enseñaron y llenarlos de orgullo.

A Marcela Camarena, mi novia, quien me comparte con la Física y a quien comparto con la Medicina pero siempre encuentra un rato para estar conmigo, sobretodo en los momentos importantes. Junto a ti puedo reír y llorar, acariciar perritos, comer rico y disfrutar de la simple existencia, que contigo es maravillosa. Gracias por ser mi compañera incansable tantos años, por quererme y soportarme, por escucharme, por compartirme tu vida, por tu amor.

A Jorge Seman, por aquel péndulo doble que me inspiró a seguir este camino, por permitirme trabajar en tu laboratorio y por darme la oportunidad de formar parte de un equipo tan extraordinario. Gracias por ser mi mentor, por la paciencia y también por los regaños. Te admiro hoy y siempre.

A Jackson Poveda, quien siempre tiene algo que enseñarme, tanto en la física como en la vida. Gracias por las conversaciones profundas pero también por las banales, por las fructíferas discusiones y por todos tus consejos. Nunca deja de asombrarme tu sabiduría.

A Diego Hernández y a Eduardo Padilla, mis compañeros del laboratorio, compatriotas residentes detrás de las Puertas del Infierno. En ustedes encontré un híbrido de amigos, colegas y maestros todo al mismo tiempo; indudablemente no habría podido hacer este proyecto sin su ayuda. Gracias por la física, las pláticas y las risas.

A Carlos Alberto Gardea Flores, nuestro técnico en electrónica. Cuya ayuda en el

diseño y construcción de las mil y un antenas, tanto físicas como virtuales, fue indispensable. Gracias por la paciencia, el apoyo y las bromas. Esta tesis también es tuya.

A Rodrigo Alejandro Gutiérrez Arenas quien me recibió con una sonrisa desde mi primer día en el Instituto y quien me enseñó a soldar. Gracias por tu apoyo constante, en particular con el analizador de polarización, pero también con el resto de los proyectos que hemos hecho.

A Maira Gloria Pérez Vielma, por el tiempo y esfuerzo que generosamente me regalaste para hacer el diseño e imprimir la base del analizador de polarización.

A Sebastián Morales, que está muy próximo a seguir estos pasos, gracias por los buenos ratos, por tu amistad y por la compañía. Que la Fuerza te acompañe.

A mis sinodales: José Ignacio Jiménez, Víctor Romero, Carlos Ramírez y Jesús Garduño. Gracias por su rápida respuesta al aceptar leer este trabajo y por el tiempo que dedicaron para ayudarme a mejorarlo.

A Iliana Cortés, Gabriel Carranco, Tania Zanatta, Jonathan Lozano, Iván Hernández y Christian Benítez. La Banda de Möbius, la Sociedad Secreta del Péndulo Doble, en fin, mi grupo de amigos de la carrera. En ustedes encontré, por primera vez, personas iguales a mi y a la vez completamente diferentes, extraordinarias. Los quiero, los admiro y necesito agradecerles porque hicieron de mis días en la Universidad una época emocionante y feliz pero también porque me motivaron a ir cuando parecía ser lo opuesto, al menos para verlos. Gracias porque compartimos infinidad de experiencias, proyectos, tareas, clases y sobretodo sueños. Sólo queda desearles éxito en sus respectivos caminos para que nos reunamos pronto a compartir nuevas historias, acompañadas con unos buenos chilaquiles, no importa que no sean del 5. No puedo esperar a saber cómo, de alguna manera u otra, todos alcanzamos las estrellas.

A Miguel Alcubierre Méndez, que también pertenece a la lista anterior, nunca me imaginé que no ibas a ver esta tesis finalizada. Llevo todo lo que me enseñaste en el corazón y en la mente. Gracias, Pardillo, las grandes aventuras de la carrera fueron contigo.

A Michael Mustri, un amigo entrañable al final de la carrera, gracias por lo que hemos compartido en la física y por culpa de la física. Estoy seguro de que vendrán más viajes, en este y el otro lado del charco.

A Isaac Gutiérrez y a Aranxa Torres, amigos que me acompañan desde antes pero que

comparten caminos paralelos a mi vida. Pensar en un futuro con ustedes presentes me llena de esperanza.

A los Rydberg, astutos compañeros del laboratorio de al lado. A mi primo Leo Uthoff por ser un ejemplo de que la constancia te lleva lejos, al padrino Edy Esquivel por la música, por la locura, a Giovanni Torres por su ayuda con las figuras y a Asaf Paris por sus sugerencias y por prestarme el acoplador direccional.

A los dos Giacomas. A Giacomo Roati, nuestro colaborador del LENS, por sus consejos, por su ayuda y por su contagiosa pasión para hacer física. A Giacomo Valtolina, cuya recomendación fue responsable directa del gran *jeureka!* de esta tesis. Ambos son invaluablees para el laboratorio, grazie mille.

A Víctor Romero, mi profesor, la más grande influencia de mi vida académica, quien me inspiró desde aquella primera y magistral clase en la que vislumbré el científico que me gustaría llegar ser. Gracias por salvarme sin saberlo.

A Rosario Paredes, por la extraordinaria claridad de sus clases que sólo es equiparable a su calidez humana. Gracias por tener siempre abierta la puerta para mi.

A José Marquina, por enseñarme que los discípulos de Newton no sólo somos físicos, sino magos y alquimistas.

A Rocío Jáuregui, responsable técnica del Laboratorio Nacional de Materia Cuántica, pues sin su incansable labor el LMU no existiría.

Y finalmente, al Instituto de Física, por la oportunidad de hacer ciencia y por los brownies de café .´.

El desarrollo de esta tesis fue financiado por diversos proyectos de investigación:

Proyectos DGAPA-PAPIIT (UNAM):

1. IN111516 Condensación y confinamiento de materia cuántica ultrafría.
2. IN107014 Líquidos cuánticos de Bose y de Fermi.
3. IA101716 Estudio de turbulencia cuántica en superfluidos atómicos.
4. IN103818 Producción de condensados de Bose-Einstein y estudio de sus propiedades termodinámicas.

Proyectos CONACyT

1. Proyecto de Laboratorio Nacional de Materia Cuántica: Materia ultrafría e información cuántica. Proyectos No. 232652, 260704, 271322, 280181 y 293471. El proyecto de Laboratorio Nacional recibió un importante apoyo adicional por medio del fondo de gastos concurrentes de la UNAM (Coordinación de la investigación científica, CIC-UNAM).
2. Ciencia básica No. 254942, Búsqueda de turbulencia cuántica en gases ultrafríos.
3. Ciencia básica No. 255573, Transiciones de fase y excitaciones colectivas en fluidos cuánticos.
4. Redes temáticas: Red de tecnologías cuánticas.
5. Programas de Investigación del Insituto de Física (PIIF-8).

Introducción

"There is nothing like looking, if you want to find something. You certainly usually find something, if you look, but it is not always quite the something you were after."

J.R.R. Tolkien

El estudio de los gases ultrafríos ofrece una ventana única en su tipo para observar el mundo cuántico a escala mesoscópica. Los experimentos en esta área se caracterizan por el alto grado de control que ofrecen sobre los parámetros experimentales. Variables como temperatura, número de átomos, volumen, geometría, dimensionalidad e incluso la estadística cuántica del sistema se pueden sintonizar prácticamente a voluntad manipulando potenciales ópticos y magnéticos.

En este contexto, el Laboratorio de Materia Ultrafría (LMU) del Instituto de Física de la UNAM se creó con el objetivo de estudiar las diferentes propiedades hidrodinámicas y termodinámicas de los gases ultrafríos. En particular, en este laboratorio se busca estudiar los regímenes fermiónicos superfluidos a través del cruce BEC-BCS [1, 2, 3]. Para ello, el LMU cuenta con dos isótopos de litio diferentes, ${}^6\text{Li}$ y ${}^7\text{Li}$. Al momento de la redacción de esta tesis el experimento posee la capacidad de producir gases cuánticos de ${}^6\text{Li}$ (isótopo fermiónico) aunque se espera implementar las modificaciones necesarias en el futuro para utilizar también ${}^7\text{Li}$ (isótopo bosónico).

En un gas de fermiones como el nuestro, el surgimiento de fenómenos cuánticos a través del cruce BEC-BCS se produce mediante el apareamiento de dos estados de spin distintos en la muestra ultrafría [4, 5], ya sea como moléculas de Feshbach en el lado BEC o como pares de Cooper en el espacio de momentos del lado BCS (véase la figura 1). Así pues, el desbalance en el número de átomos (también llamado población)

en cada estado cuántico tiene efectos importantes sobre el estado final de la muestra [6].

De acuerdo con la teoría [7], en mezclas iguales de 2 poblaciones a temperatura cero el cruce BEC-BCS es suave, el sistema se mantiene superfluido y no hay transición de fase. No obstante, en el caso de poblaciones desiguales el diagrama de fase es mucho más interesante. En el límite BEC todos los fermiones del estado menos poblado se aparean con átomos en el otro estado formando un condensado molecular que coexiste espacialmente con un mar de Fermi de los átomos no apareados. Para una población suficientemente desbalanceada puede ocurrir que las moléculas bosónicas no se condensen, aún a temperatura cero, debido a la presencia del mar de Fermi. En ese mismo régimen, si se aumenta la interacción repulsiva entre átomos y moléculas, el condensado repele a los átomos no apareados lo que lleva a una separación entre la fase superfluida y la fase normal.

De manera semejante, del lado BCS la energía del *gap* Δ previene que los átomos entren al superfluido BCS [6]. Al reducir la energía de ligadura entre los pares se reduce también Δ y, cuando ésta se vuelve pequeña comparada con el potencial químico entre ambas poblaciones, los átomos no apareados pueden penetrar en la región superfluida. En este caso el desbalance en la muestra destruye el estado superfluido en la llamada transición superfluido-normal.

Dicho esto, es evidente que la capacidad de controlar la población que se encuentra en cada estado cuántico a un tiempo dado resulta esencial para el estudio de los gases ultrafríos, lo que motiva el desarrollo de la presente tesis. Así pues, el objetivo de este proyecto es dotar al experimento con la capacidad de producir muestras ultrafrías con cualquier distribución de poblaciones deseada (en particular entre los estados de spin de más baja energía, como se explica en el capítulo 1).

El trabajo se encuentra organizado de la siguiente manera:

- El capítulo 1 es un resumen de la teoría básica requerida para describir a los gases cuánticos, incluyendo la estadística de partículas y la estructura atómica del ${}^6\text{Li}$.
- En el capítulo 2 se hace un tratamiento general del experimento del LMU. En él, se discuten brevemente las técnicas necesarias para producir y analizar una muestra cuántica tal como se realiza en nuestro laboratorio.
- El capítulo 3 detalla la teoría de transiciones cuánticas bajo la aproximación de

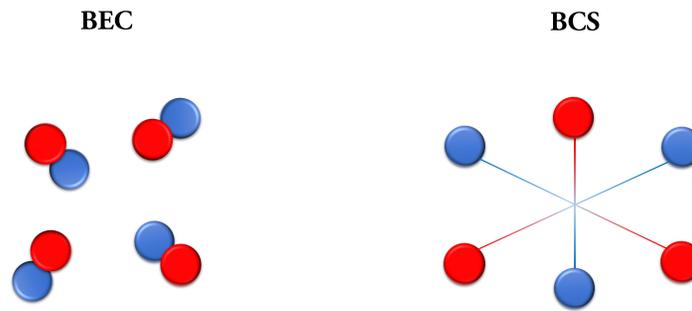


Figura 1: Representación pictórica de los pares. Izquierda: pares atómicos (moléculas) en el espacio real. Derecha: pares de Cooper en el espacio de momentos. Los colores representan estados con distinto spin.

2 niveles. Esto es fundamental para el resto de la tesis ya que sienta las bases conceptuales para construir un sistema capaz de producir transiciones cuánticas en el experimento.

- En el capítulo 4 se discuten los aspectos teóricos y prácticos para la implementación del sistema antes mencionado. Se incluye el diseño, construcción y caracterización de una antena de radiofrecuencia capaz de emitir en el rango necesario para producir transiciones entre los estados hiperfinos del ${}^6\text{Li}$.
- El capítulo 5 detalla la realización de transiciones cuánticas producidas con la antena integrada completamente al experimento. Es en este capítulo donde se presentan los resultados más importantes de la tesis ya que aquí se realiza el estudio experimental de transiciones hiperfinas. Con esto queda demostrada la capacidad de producir muestras ultrafrías con cualquier distribución de poblaciones deseada.
- El capítulo 6 presenta los detalles de la construcción de un analizador de polarización, proyecto que se desarrolló paralelamente. Este capítulo busca ser un manual destinado para los futuros usuarios del dispositivo, así que, si el lector no está interesado, puede omitirlo sin afectar su lectura del resto de la tesis.
- Finalmente, en el capítulo 7 se presentan las conclusiones del trabajo y las perspectivas para el futuro del laboratorio. En particular, se plantea una aplicación inmediata del sistema construido en esta tesis, con la intención de auxiliar en la realización de un nuevo experimento de frontera.

Capítulo 1

Fundamentos teóricos

"...all kinds of interesting questions, which with science, knowledge, only adds to the excitement, and mystery, and the awe of a flower. It only adds. I don't understand how it subtracts."

R.P. Feynman

En este capítulo hacemos una breve síntesis de la teoría necesaria para la producción y estudio de estos gases y en particular de las propiedades del ${}^6\text{Li}$, sentando las bases mínimas requeridas para entender la física del experimento.

1.1. Estadística de partículas

1.1.1. Estadística clásica

En un gas, visto desde la perspectiva de la mecánica clásica, todas las partículas del sistema se consideran distinguibles, es decir, cada partícula puede ser rastreada (conocerse su posición y momento). Por ende, cambiar la posición de cualesquiera dos partículas en el sistema lleva a una configuración distinta del mismo. Además, no existe ninguna restricción sobre el número de partículas que pueden ocupar simultáneamente un mismo estado del sistema.

Usando estas hipótesis y considerando que las partículas no interactúan entre sí se

puede deducir la famosa distribución de Maxwell-Boltzmann que modela el comportamiento de un gas ideal clásico, es decir, en equilibrio termodinámico a temperaturas altas y densidades bajas, como veremos a continuación.

Bajo las aproximaciones ya mencionadas la energía de cada partícula en el gas es puramente cinética

$$\epsilon_i = \frac{|\vec{p}|^2}{2m}, \quad (1.1)$$

donde \vec{p} es el momento de la partícula y m su masa. Entonces, utilizando el ensamble canónico, la función de partición es simplemente[8]

$$Z = \sum_i e^{-\beta\epsilon_i}, \quad (1.2)$$

donde la i corre sobre todos los microestados de N partículas y la probabilidad de encontrar a la i -ésima partícula del gas en una región infinitesimal de espacio fase de volumen $d^3r d^3p$ centrada en la posición \vec{r} y momento \vec{p} es proporcional a esta energía

$$f_i(\vec{r}, \vec{p}) d^3r d^3p \propto e^{-\beta|\vec{p}|^2/2m}, \quad (1.3)$$

donde $\beta = 1/(k_B T)$, $k_B = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K es la constante de Boltzmann y T es la temperatura del gas. Para encontrar la constante de proporcionalidad C correspondiente expresamos la velocidad $\vec{v} = \vec{p}/m$ obteniendo

$$f(\vec{r}, \vec{v}) d^3r d^3v = C e^{-\beta m |\vec{v}|^2/2} d^3r d^3v. \quad (1.4)$$

Se debe cumplir que la integral de la distribución en todas las velocidades y todo el volumen del sistema sea igual al número total de partículas en el gas N

$$\int_{\vec{v}} \int_{\vec{r}} f(\vec{r}, \vec{v}) d^3r d^3v = CV \int_{\vec{r}} e^{-\beta m |\vec{v}|^2/2} d^3v = N. \quad (1.5)$$

Separando en componentes, sustituyendo β y utilizando el resultado de la integral gaussiana se sigue que

$$CV \left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{-mv/2k_B T} dv \right)^3 = CV \left(\frac{2\pi k_B T}{m} \right)^{3/2} = N. \quad (1.6)$$

Al despejar C inmediatamente obtenemos el resultado que buscamos

$$f(\vec{v}) d^3\vec{v} = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{m\vec{v}^2}{2kT}} d^3\vec{v}, \quad (1.7)$$

que en el caso 1D se reduce a

$$f(v) dv = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv. \quad (1.8)$$

Si nos importa únicamente la magnitud de la velocidad (rapidez) obtendremos la siguiente expresión para la distribución al integrar sobre el ángulo sólido

$$f(v) = 4\pi v^2 \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}}. \quad (1.9)$$

En la figura 1.1 podemos ver una gráfica de la distribución de velocidades de Maxwell para varias temperaturas considerando la masa del ${}^6\text{Li}$. Nótese cómo a menor temperatura la rapidez promedio también disminuye.

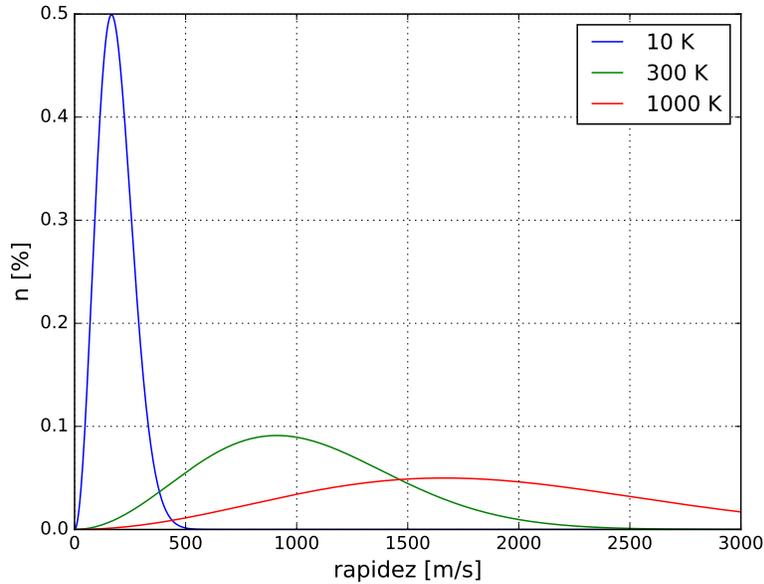


Figura 1.1: Distribución de velocidades de Maxwell considerando la masa del ${}^6\text{Li}$.

1.1.2. Estadísticas cuánticas

Ahora bien, este modelo falla cuando las temperaturas son bajas (o las densidades son muy altas) así que necesitamos un buen criterio para determinar hasta dónde es aplicable el tratamiento clásico. Resulta ser [9] que cuando la distancia promedio entre partículas d es comparable con la longitud de onda térmica de de Broglie¹ λ_T los efectos de la mecánica cuántica ya no son despreciables, matemáticamente, cuando $\lambda_T \approx d$ donde

$$\lambda_T = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{mk_B T}}, \quad (1.10)$$

$$d = \left(\frac{V}{N}\right)^{1/3}, \quad (1.11)$$

con $\hbar = 1.054571817 \times 10^{-34}$ Js la constante de Planck reducida y V el volumen del sistema.

En este caso, la distribución estadística que seguirán las partículas está determinada por su naturaleza cuántica, en particular por su spin. Recordemos que el spin es una propiedad puramente cuántica de la materia que permite clasificar a todas las partículas que se conocen en dos grupos: si el spin total de la partícula es entero entonces decimos que es bosónica, si el spin es semientero, fermiónica.

La diferencia fundamental es consecuencia del principio de exclusión de Pauli. A temperatura cero, éste obliga a los fermiones a ocupar uno a uno los niveles de energía disponibles hasta alcanzar el máximo posible para un número de partículas dado (distribución de Fermi-Dirac). A la energía de este último estado se le conoce como energía de Fermi.

Por otro lado, como los bosones no están restringidos por el principio de Pauli, a bajas temperaturas se acumulan en el estado de base del sistema (distribución de Bose-Einstein), produciéndose la condensación de Bose-Einstein. Las distribuciones del estado base se ilustran en la figura 1.2.

¹Recordemos que la longitud de onda de de Broglie es simplemente $\lambda = h/p$, λ_T se obtiene a partir de la función de partición de una partícula en una caja. [8]

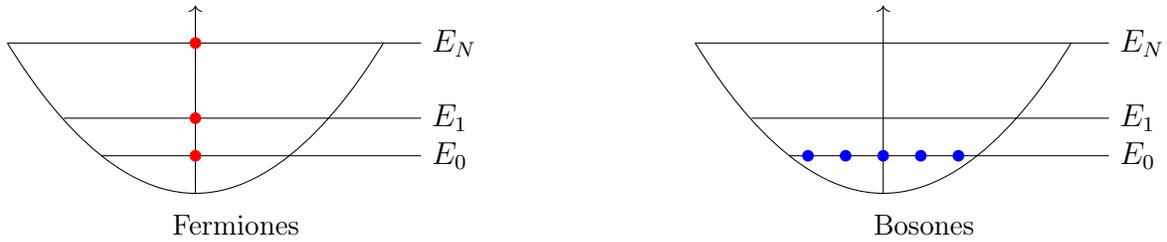


Figura 1.2: Representación de la configuración energética de partículas del estado base para gases cuánticos a $T = 0$. Se dibuja un potencial armónico porque será relevante más adelante pero en general puede tratarse de cualquier tipo de potencial.

Gas de bosones

Consideremos la función de distribución f_i . De manera semejante al tratamiento del gas clásico pero considerando que se trata de partículas indistinguibles y que la única restricción sobre el número de ocupación es que el número total de partículas es fijo, es decir

$$\sum_i f_i = N, \quad (1.12)$$

bajo estas hipótesis podemos encontrar la llamada distribución de Bose-Einstein [9]

$$f_i = \frac{1}{\exp\left(\frac{\epsilon_i - \mu}{k_B T}\right) - 1}, \quad (1.13)$$

donde $N = 0, 1, 2, 3, \dots$ y $\mu = \mu(N, T)$ es el potencial químico que depende de la temperatura y del número de partículas. Notemos que para valores muy grandes de ϵ_i la distribución se reduce a la de Maxwell-Boltzmann. Para temperaturas altas μ es mucho menor que la energía del estado base ϵ_0 ya que en este límite la ocupación de cualquier estado es mucho menor que la unidad. Conforme T disminuye, el potencial químico aumenta, no obstante, μ no puede ser mayor que ϵ_0 pues la función de distribución para ϵ_0 se volvería negativa (la exponencial se haría menor que 1 de manera que el denominador resulta negativo), lo cual no tiene significado físico.

Si seguimos disminuyendo la temperatura ocurrirá que $\mu = \epsilon_0$, a este punto se le conoce como temperatura crítica T_c ya que podemos observar un fenómeno extremadamente interesante: por debajo de esa temperatura una fracción macroscópica del sistema ocupa el estado de mínima energía. A esto se le conoce como condensación

de Bose-Einstein² (BEC, por sus siglas en inglés). A temperaturas debajo de T_c , el potencial químico permanece igual a ϵ_0 aunque la ocupación del estado de mínima energía aumenta hasta corresponder a la mayoría de las partículas del sistema.

Resulta conveniente definir una cantidad llamada fugacidad $\zeta = \exp\left(\frac{\mu}{k_B T}\right)$ y reescribir (1.13) como

$$f_i = \frac{1}{\zeta^{-1} \exp\left(\frac{\epsilon_i}{k_B T}\right) - 1}. \quad (1.14)$$

En la figura 1.3 podemos ver una gráfica de la distribución de Bose-Einstein para varios valores de la fugacidad. Nótese cómo la ocupación de los estados de más baja energía tiende a infinito para valores más altos de ζ . En este caso la fugacidad es igual a la unidad cuando se alcanza el estado condensado mientras que es menor cuando se está por encima de T_c .

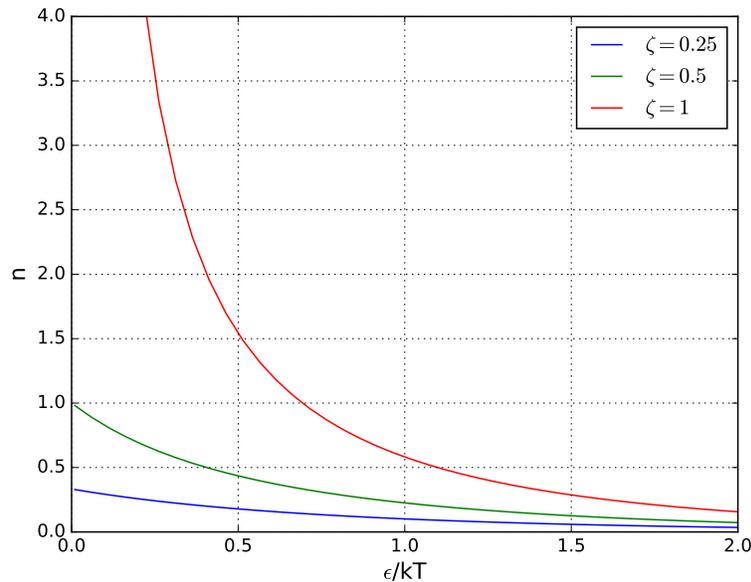


Figura 1.3: Ocupación de estados para un gas de Bose en función de la energía y la fugacidad ζ del sistema. Nótese que para $\zeta=1$, la mayoría de las partículas están en el estado de menor energía.

No fue sino hasta 1995, 71 años después de su predicción teórica, que Eric Cornell,

²Pues fue predicho en 1924 por Albert Einstein [10] quien lo llamó *condensación sin interacción* tras generalizar el trabajo de Satyendra Nath Bose [11] sobre la estadística un gas de fotones.

Carl Wieman y colaboradores [12] produjeron el primer condensado de Bose-Einstein utilizando un gas ultrafrío de rubidio, esto le valió el premio Nobel de Física en 2001 a Cornell, Wieman y Ketterle³. Ese mismo año el grupo de Hulet [13] obtuvo evidencia de condensación en litio (utilizando ⁷Li) aunque no se confirmó cuantitativamente sino hasta 1997 [14].

En los experimentos con gases atómicos el confinamiento de la muestra se realiza generalmente con trampas magnéticas y/u ópticas. Los potenciales producidos de esta manera, se aproximan bastante bien mediante potenciales armónicos por lo cuál en el resto de esta sección se hará énfasis en el gas de Bose confinado en un potencial armónico anisotrópico de la forma

$$V(r)_{ho} = \frac{1}{2}m(\omega_x^2x^2 + \omega_y^2y^2 + \omega_z^2z^2). \quad (1.15)$$

Se puede demostrar [15] que, para un gas de bosones en un potencial armónico, la temperatura crítica T_c está dada por

$$k_B T_c = \frac{\hbar\bar{\omega}N^{1/3}}{[Z(3)]^{1/3}} \approx 0.94\hbar\bar{\omega}N^{1/3}, \quad (1.16)$$

donde $Z(\alpha)$ es la función zeta de Riemann y $\bar{\omega} = (\omega_x\omega_y\omega_z)^{1/3}$ es la media geométrica de las frecuencias de la trampa.

Gas de Bose débilmente interactuante

Como indican Stringari et al. [16] las interacciones en un gas diluido a bajas temperaturas pueden describirse únicamente por dispersión de onda s , despreciando los detalles del potencial de interacción interatómica⁴. Así pues, escribimos un potencial de contacto

$$V(\vec{r}, \vec{r}') = g\delta(\vec{r} - \vec{r}'), \quad (1.17)$$

donde g es una constante de acoplamiento dada por $g = \frac{4\pi\hbar^2 a_s}{m}$ y a_s es la longitud de dispersión de 2 cuerpos. El signo de a_s determina si la interacción es efectivamente

³El grupo de Wolfgang Ketterle produjo un BEC de sodio 4 meses después que el de Cornell y Wieman, no obstante, su muestra tenía 100 veces más átomos que el BEC de rubidio.

⁴No obstante, el valor numérico de a_s sí depende de la forma del potencial.

atractiva ($a_s < 0$) o repulsiva ($a_s > 0$).

El condensado de Bose-Einstein, con interacciones débiles y en la aproximación a $T = 0$ se puede describir a través de la ecuación de Gross-Pitaevskii (GPE) [9]

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\vec{r})}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V(\vec{r}) + g|\psi(\vec{r})|^2 \right) \psi(\vec{r}). \quad (1.18)$$

Esta es una ecuación no lineal tipo Schrödinger donde la interacción está dada por el término de campo medio $g|\psi(\vec{r})|^2$. En el caso independiente del tiempo, la GPE se reduce a

$$\mu \psi(\vec{r}) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\vec{r}) + g|\psi(\vec{r})|^2 \right) \psi(\vec{r}), \quad (1.19)$$

donde μ es el potencial químico obtenido como multiplicador de Lagrange al minimizar la energía sujetos a la condición de N constante (los detalles se pueden consultar en [9]). Si el número de partículas en el condensado es muy grande, podemos despreciar el término cinético, lo que se conoce como la aproximación de Thomas-Fermi

$$\mu \psi(\vec{r}) = (V(\vec{r}) + g|\psi(\vec{r})|^2) \psi(\vec{r}), \quad (1.20)$$

en este caso la GPE se puede resolver de manera trivial obteniéndose:

$$n(\vec{r}) = |\psi(\vec{r})|^2 = \frac{\mu - V(\vec{r})}{g}, \quad (1.21)$$

donde $n(\vec{r})$ corresponde al perfil de densidad que es una observable física directamente proporcional al cuadrado de la función de onda. En la frontera, i.e, a la distancia donde $|\psi(\vec{r})|^2 = 0$ se cumple que $\mu = V(\vec{r})$ y naturalmente también se anula más allá de la frontera, cuando $\mu < V(\vec{r})$.

Si el potencial es armónico entonces la extensión de la nube en las tres direcciones está dada por el radio de Thomas-Fermi

$$R_i^2 = \frac{2\mu}{m\omega_i^2}, \quad (1.22)$$

y el perfil de densidad en cada dirección es característicamente parabólico

$$n(\vec{r}_i) = \frac{\mu - 1/2m\omega_i^2 r_i^2}{g}. \quad (1.23)$$

Gas de Fermi

Cuando el gas está compuesto de fermiones, no sólo debemos considerar que se trata de partículas indistinguibles (como en el caso de los bosones) sino que, debido al principio de exclusión de Pauli, sólo puede haber una partícula por cada estado de ocupación, esto resulta en la distribución de Fermi-Dirac [8]

$$f_i = \frac{1}{\exp\left(\frac{e_i - \mu}{k_B T}\right) + 1}. \quad (1.24)$$

Conforme la temperatura T tiende a 0, la distribución tiende a una función escalón pues se ocupan, en orden, todos los niveles de energía disponibles para la energía de Fermi del sistema, a este caso se le conoce como gas degenerado de Fermi y se ilustra en la figura 1.4.

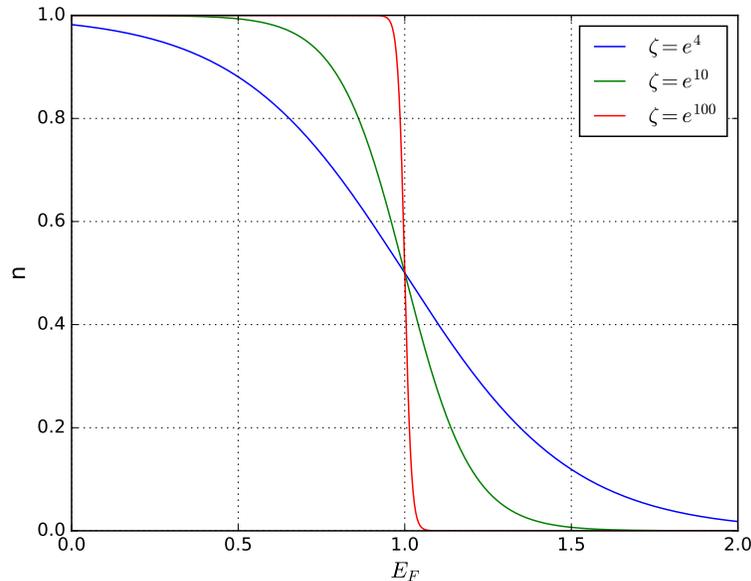


Figura 1.4: Ocupación de estados para un gas de Fermi en función de la energía y la fugacidad ζ del sistema. La línea roja corresponde al caso límite del gas degenerado de Fermi.

En un potencial armónico la energía de Fermi para un gas sin grado de libertad de

spin tiene la forma [9]

$$E_F = h\bar{\omega}(6N)^{1/3}. \quad (1.25)$$

A partir de ella se definen la temperatura y momento de Fermi como

$$T_F = \frac{E_F}{k_B} = \frac{h\bar{\omega}(6N)^{1/3}}{k_B}, \quad (1.26)$$

$$p_F = \sqrt{2mE_F} = \sqrt{2mh\bar{\omega}(6N)^{1/3}}, \quad (1.27)$$

de manera que el vector de onda de Fermi es

$$k_F = p_F/\hbar = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2mE_F}. \quad (1.28)$$

Es importante mencionar que el primer gas degenerado de Fermi del mundo fue obtenido por Deborah S. Jin y Brian DeMarco en 1999 utilizando una muestra de ^{40}K [17]. El primer gas degenerado de Fermi en Latinoamérica fue obtenido por nuestro grupo 19 años después.

1.2. El gas cuántico de ^6Li

Como ya se dijo, en el laboratorio trabajamos con ^6Li . Existen 2 razones por las cuáles se decidió utilizar este isótopo, la primera es que exhibe una resonancia de Feshbach con un ancho particularmente grande, de alrededor de 300 G [18, 19], lo cuál es extremadamente conveniente pues nos permite manipular la magnitud y signo de sus interacciones en función de un campo magnético externo. La segunda es que, junto con el ^{40}K , el ^6Li es el único isótopo fermiónico estable de un metal alcalino (el resto de los isótopos de metales alcalinos son bosones), esto nos permitirá producir mezclas bosón-fermión ^6Li - ^7Li en el futuro.

1.2.1. Resonancia de Feshbach

El fenómeno de la resonancia de Feshbach permite controlar la longitud de dispersión a de los átomos a bajas temperaturas en función de un campo magnético externo B

[18, 20]. Como el principio de Pauli prohíbe las colisiones entre fermiones idénticos a bajas temperaturas (bloqueo de Pauli [21]) la resonancia ocurre siempre entre átomos con un estado de spin distinto, es decir, entre fermiones distinguibles.

La explicación teórica detrás de dicha resonancia es conceptualmente complicada (ocurre cuando la energía total en un canal abierto coincide con la energía de un estado ligado en un canal cerrado) y no es de interés central para esta tesis pero se puede consultar en [18]. Para nosotros, basta con mencionar que se trata de una resonancia de colisión, lo que quiere decir que la sección eficaz es enorme, a pesar de que la interacción tiene siempre un alcance muy pequeño como se resume en las expresiones de 1.30.

Matemáticamente, podemos aproximar el comportamiento de la longitud de dispersión cerca de la resonancia con la siguiente expresión [18]

$$a(B) = a_{bg} \left(1 - \frac{\Delta}{B - B_0} \right), \quad (1.29)$$

donde a_{bg} es la longitud de dispersión lejos de la resonancia, B_0 es la posición de la resonancia (valor donde a diverge), B es el campo magnético externo y Δ es el ancho de la resonancia.

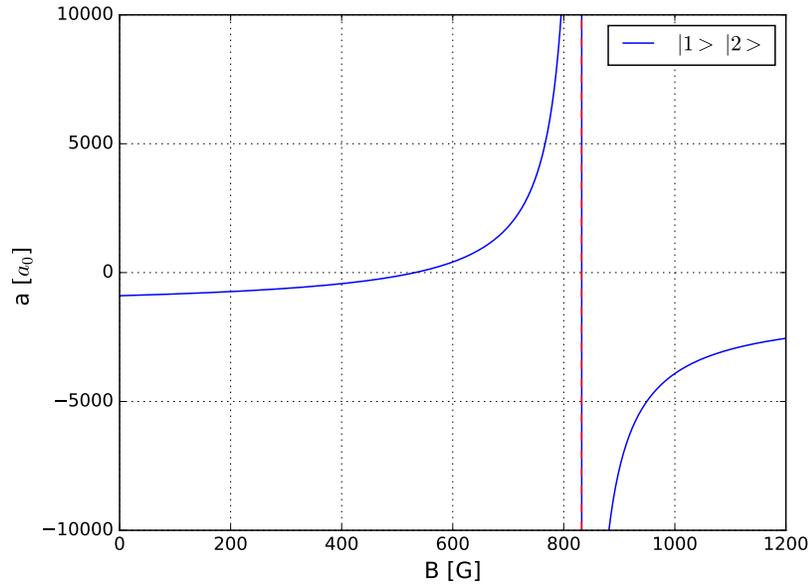


Figura 1.5: Resonancia de Feshbach entre los dos subestados Zeeman del ${}^6\text{Li}$ de más baja energía. $B_0 \approx 832.15$ G. (Parámetros tomados de la referencia [19]).

Contrario a la intuición, cuando $a > 0$ existen interacciones efectivamente repulsivas entre los átomos y se forma un estado molecular (una molécula de Feshbach [22]) que es bosónica. Cuando $a < 0$ la interacción efectiva entre los átomos es atractiva y se forman pares de Cooper, como predice la teoría BCS [23, 24, 25]. Finalmente cuando $a \rightarrow \pm\infty$, la interacción se vuelve universal en lo que se conoce como gas unitario. [21, 3]

No obstante, la sección de dispersión total no diverge, de acuerdo con las siguientes expresiones

$$\sigma(a) = \begin{cases} 0 & \text{Fermiones} \\ \frac{8\pi a^2}{1 + k^2 a^2} & \text{Bosones} \\ \frac{4\pi a^2}{1 + k^2 a^2} & \text{Distinguibles} \end{cases} \quad (1.30)$$

Experimentalmente, la resonancia de Feshbach nos permite sintonizar a voluntad las interacciones de un gas cuántico de fermiones y así producir un BEC ($a > 0$), un gas degenerado de Fermi ($a = 0$), un gas BCS ($a < 0$) o un gas unitario ($a \rightarrow \infty$), cambiando únicamente el valor de la corriente que pasa por una bobina y en consecuencia el valor del campo magnético B (véase la figura 1.5). En ocasiones resulta más conveniente utilizar el parámetro adimensional $1/k_F a$ para determinar el régimen en el que nos encontramos; cuando $1/k_F a > 1$ estamos del lado BEC, cuando $1/k_F a < -1$ del lado BCS y finalmente si $1/k_F |a| < 1$ estamos en el régimen unitario o cruce BEC-BCS. [21].

1.2.2. Propiedades físicas del ${}^6\text{Li}$

En la siguiente tabla se muestran las propiedades físicas más relevantes del ${}^6\text{Li}$, los valores fueron tomados de [26].

1.2.3. Estructura fina e hiperfina

Ya que el ${}^6\text{Li}$ es un metal alcalino, su estructura es hidrogenoide, es decir, todos sus electrones salvo uno se encuentran en capas cerradas (su configuración electrónica es $1s^2 2s^1$). El electrón de valencia se encuentra en un orbital S en una capa más alta,

Propiedad	Símbolo	Valor
Densidad (300 K)	ρ	0.534 gcm^{-3}
Número atómico	Z	3
Número másico	A	6
Masa atómica	m	$9.9883414 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Spin electrónico total	S	1/2
Spin nuclear total	I	1
Momento magnético nuclear	μ	$0.822 \mu_N$
Separación hiperfina	ν_{hf}	228 MHz

Tabla 1.1: Propiedades del ${}^6\text{Li}$

lo cuál hace su descripción relativamente sencilla.

La primera corrección sobre su espectro de energías es producto del acoplamiento spin-órbita i.e. el acoplamiento entre el momento angular orbital \mathbf{L} del electrón y el spin \mathbf{S} (en unidades de \hbar). De esta manera el momento angular total del electrón es [27]⁵

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}, \quad (1.31)$$

y el acoplamiento (también llamado *fino*) se puede representar por un término H_{so} en el Hamiltoniano

$$H_{so} = \xi \mathbf{L} \cdot \mathbf{S}, \quad (1.32)$$

con ξ una constante. Elevando al cuadrado (1.31) y despejando $\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$ obtenemos

$$H_{so} = \xi/2[\mathbf{J}^2 - \mathbf{L}^2 - \mathbf{S}^2] \quad (1.33)$$

y como conocemos los eigenvalores de estos operadores, las correcciones a la energía son de la forma

$$\Delta E_{so} \propto 1/2[J(J+1) - L(L+1) - S(S+1)]. \quad (1.34)$$

Notamos que esta expresión sólo es diferente de cero cuando $L \neq 0$, lo que refleja que

⁵Asimismo recomendamos consultar [26] ya que contiene una excelente síntesis de la física atómica del litio.

la corrección fina es debida al rompimiento en la simetría esférica del orbital S .

Ahora bien, el spin nuclear está acoplado con el spin electrónico a través de la interacción hiperfina. Si nos concentramos en el estado base del ${}^6\text{Li}$, tendremos que $S = 1/2$ y $J = S$ así que el spin total dado por

$$\mathbf{F} = \mathbf{I} + \mathbf{J} \quad (1.35)$$

tiene dos posibilidades $F = I \pm 1/2$. De manera análoga al caso de la estructura fina, el acoplamiento hiperfino se puede representar por un término H_{hf} en el Hamiltoniano de la forma

$$H_{hf} = A\mathbf{I} \cdot \mathbf{J}, \quad (1.36)$$

donde A es una constante mientras que \mathbf{I} y \mathbf{J} son los operadores de spin nuclear y de momento angular electrónico respectivamente (en unidades de \hbar). Así pues

$$\mathbf{I} \cdot \mathbf{J} = 1/2[F(F + 1) - I(I + 1) - J(J + 1)] \quad (1.37)$$

y la separación hiperfina entre los estados con $F = I + 1/2$ y $F = I - 1/2$ es

$$\Delta E_{hf} = h\nu_{hf} = (I + 1/2)A, \quad (1.38)$$

donde A es la constante magnética dipolar que en nuestro caso vale $A = 152.1368407$ MHz. En la figura 1.6 mostramos el esquema de niveles del ${}^6\text{Li}$ donde se distingue la estructura fina e hiperfina.

Considerando únicamente la estructura fina, la transición del estado base $2^2S_{1/2}$ a $2^2P_{3/2}$ es llamada transición D2. Por otro lado, la transición de $2^2S_{1/2}$ a $2^2P_{1/2}$ es llamada transición D1. Como veremos en el siguiente capítulo ambas son indispensables para implementar las técnicas de enfriamiento láser, motivo por el cuál incluimos los parámetros de ambas transiciones.

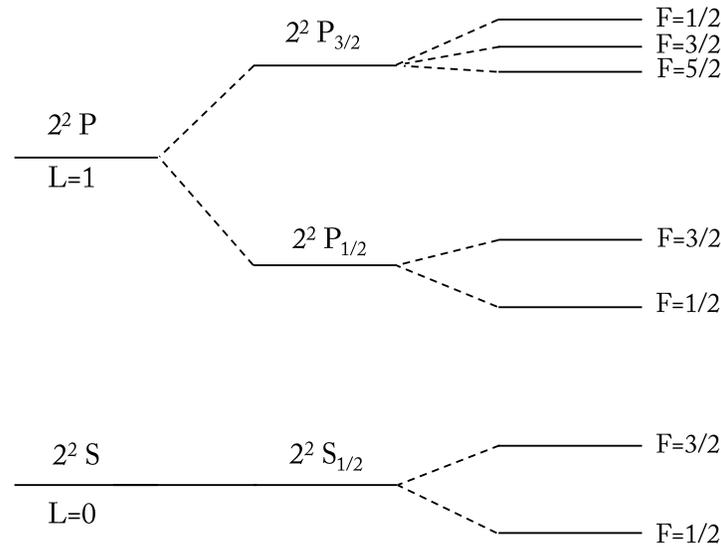


Figura 1.6: Esquema de niveles para el ${}^6\text{Li}$. A la izquierda se muestra la estructura de campo central, en medio la estructura fina y a la derecha, la estructura hiperfina.

1.2.4. Efecto Zeeman y la fórmula de Breit-Rabi

En 1896 Peeter Zeeman observó por primera vez el desdoblamiento de las líneas espectrales del sodio ante un campo magnético intenso⁶, a la par, Lorentz dio la primera explicación a dicho fenómeno; esto les valió el premio Nobel de Física en 1902. No obstante, la explicación completa requirió el desarrollo de la mecánica cuántica y el descubrimiento del spin por Uhlenbeck y Goudsmit.

El efecto Zeeman surge de la interacción entre los momentos magnéticos del electrón y el núcleo con un campo magnético externo (que generalmente se toma en la dirección z). La presencia de este campo rompe una simetría del sistema, lo cuál permite distinguir a los átomos en función de su proyección de spin. En el caso en que el campo es débil usamos la base $|F, m_F\rangle |I, m_I\rangle$ y el término del acoplamiento Zeeman del Hamiltoniano está dado por [27]

$$H_Z = \frac{-\mu_B}{\hbar} (g_J \mathbf{J} + g_I \mathbf{I}) \cdot \mathbf{B} \quad (1.39)$$

y la corrección a la energía es

⁶El descubrimiento fue de tal relevancia que en la Universidad de Leiden aún existe un vitral que ilustra el experimento de Zeeman como puede verse en la figura 1.7.

Propiedad	Símbolo	Valor
Longitud de onda (en vacío)	λ	670.992421 nm
Número de onda (en vacío)	$k/2\pi$	14903.298 cm ⁻¹
Frecuencia	ν	446.789634 THz
Tiempo de vida	τ	27.102 ns
Ancho natural de línea	Γ	5.8724 MHz
Intensidad de saturación	I_{sat}	7.59 mW/cm
Velocidad de reculeo	v_{rec}	9.886554 cm/s
Temperatura de reculeo	T_{rec}	3.53565256 μ K

Tabla 1.2: Propiedades de la línea D1 ⁶Li [26].

Propiedad	Símbolo	Valor
Longitud de onda (en vacío)	λ	670.977338 nm
Número de onda (en vacío)	$k/2\pi$	14903.633 cm ⁻¹
Frecuencia	ν	446.799677 THz
Tiempo de vida	τ	27.102 ns
Ancho natural de línea	Γ	5.8724 MHz
Intensidad de saturación	I_{sat}	2.54 mW/cm
Velocidad de reculeo	v_{rec}	9.886776 cm/s
Temperatura de reculeo	T_{rec}	3.53581152 μ K

Tabla 1.3: Propiedades de la línea D2 ⁶Li [26].

$$\Delta E_Z = \frac{\mu_B}{\hbar} g_F m_F B, \quad (1.40)$$

donde

$$g_F = \frac{g_J[F(F+1) - I(I+1) + J(J+1)2F(F+1)] + g_I[F(F+1) + I(I+1) - J(J+1)]}{2F(F+1)} \quad (1.41)$$

y μ_B es el magnetón de Bohr mientras $g_J = 2.0023014$ y $g_I = -0.000447654$ son los factores de Landé del electrón y del núcleo. No obstante, esto sólo es válido cuando el campo magnético externo es suficientemente débil como para considerarlo una perturbación.

En el régimen de campo alto (conocido como régimen Paschen-Back), el efecto Zeeman domina y ahora debemos considerar la base $|I, J, m_I, m_J\rangle$ o simplemente $|m_I, m_J\rangle$ pues I y J son constantes para un nivel dado. En ese caso, la corrección a la energía

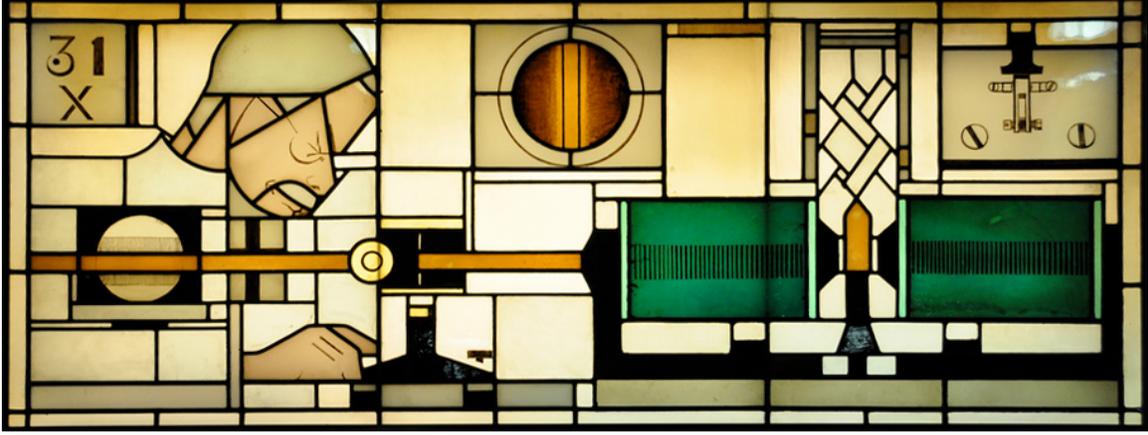


Figura 1.7: Vitral en la Universidad de Leiden que representa el descubrimiento del efecto Zeeman. Autor: Harm Kamerlingh Onnes c. 1922.

está dada por [27]

$$\Delta E_Z = \frac{\mu_B}{\hbar} (g_J m_J + g_I m_I) B, \quad (1.42)$$

donde

$$g_J = g_L \frac{J(J+1) + L(L+1) - S(S+1)}{2J(J+1)} + g_S \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)}. \quad (1.43)$$

Para el caso intermedio no existe una solución general así que el Hamiltoniano completo, que escribimos a continuación, debe resolverse numéricamente.

$$H = \mathbf{A} \mathbf{I} \cdot \mathbf{J} + \frac{1}{\hbar} (\mu_B g_J \mathbf{J} + \mu_N g_I \mathbf{I}) \cdot \mathbf{B}; \quad (1.44)$$

Afortunadamente para nosotros, resulta ser que en el caso del estado base, i.e. cuando $J=1/2$, sí existe una solución analítica, conocida como la fórmula de Breit-Rabi⁷

$$\frac{\Delta E_{F=I \pm 1/2}}{h} = -\frac{\Delta \nu}{2(2I+1)} + \frac{\mu_B g_I m_F B}{h} \pm \frac{\Delta \nu}{2} \sqrt{1 + \frac{4m_F x}{2I+1} + x^2}, \quad (1.45)$$

donde

⁷Una deducción en términos de operadores escalera puede encontrarse en [28].

$$x \equiv \frac{B\mu_b(g_J - g_I)}{h\Delta W}, \quad \Delta\nu = A \left(I + \frac{1}{2} \right). \quad (1.46)$$

Nótese que expresamos los resultados en frecuencia utilizando la relación de Planck-Einstein $E = h\nu$ simplemente por comodidad experimental. Esta expresión se programó de manera sencilla para hacer rápidamente un estimado de la frecuencia de transición a un campo de Feshbach dado (véase el código en el apéndice).

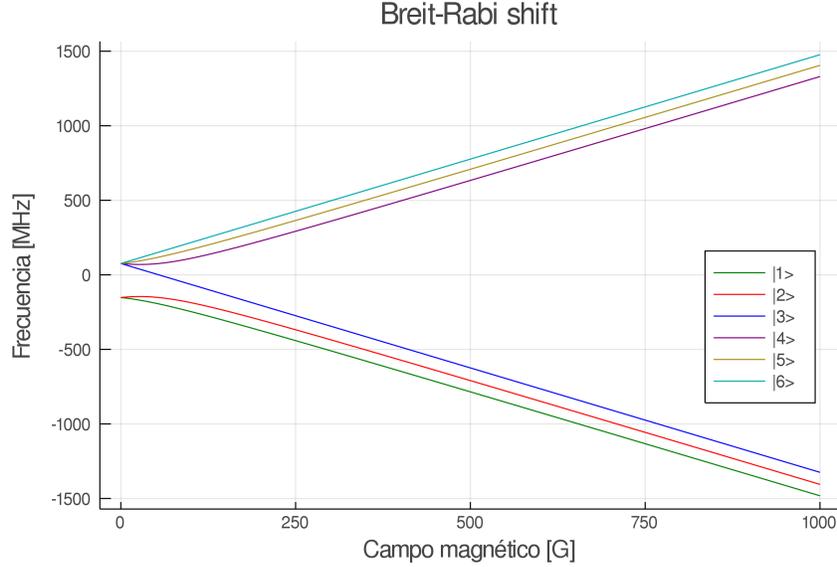


Figura 1.8: Corrimiento de la energía (en frecuencia) para los estados hiperfinos del estado base del ${}^6\text{Li}$ de acuerdo con la fórmula de Breit-Rabi.

Asimismo, por simplicidad, la notación $|i\rangle$ se utiliza para denotar los estados hiperfinos; usaremos esta convención el resto de la tesis. En la tabla 1.4 vemos los números cuánticos correspondientes a cada estado.

$ i\rangle$	\mathbf{F}	m_F
1	1/2	1/2
2	1/2	-1/2
3	3/2	-3/2
4	3/2	-1/2
5	3/2	1/2
6	3/2	3/2

Tabla 1.4: Notación simplificada de los estados hiperfinos y números cuánticos asociados para el estado base del ${}^6\text{Li}$ ($I=1$, $J=1/2$). [26]

Como puede verse en la figura 1.8, la energía de los primeros 3 estados disminuye al

aumentar el campo magnético mientras que la de los últimos 3, aumenta. Así pues, la diferencia de energía entre los primeros 3 tiende a un valor constante para campos altos⁸, esto es evidente en la figura 1.9.

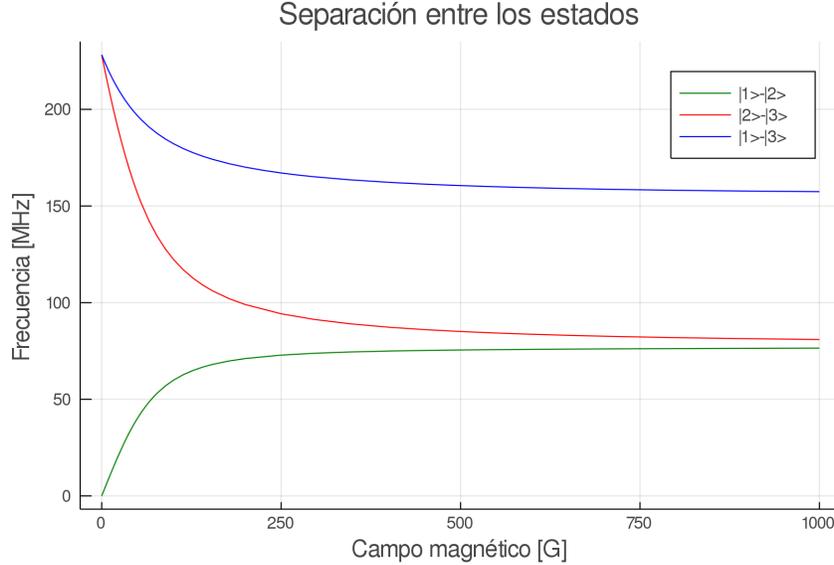


Figura 1.9: Diferencia de energía (en frecuencia) entre los primeros tres estados hiperfinos del estado base del ${}^6\text{Li}$ de acuerdo con la fórmula de Breit-Rabi. Nótese que para campos altos la diferencia es prácticamente constante.

En el caso de $|2\rangle - |1\rangle$ la separación en frecuencia ronda los 76 MHz mientras que entre $|3\rangle - |2\rangle$, la separación ronda los 83 MHz. Notamos que ambas separaciones corresponden a la región del espectro electromagnético denominada radiofrecuencia (RF), razón por la cuál es necesario utilizar una antena para producir las transiciones.

Para concluir este capítulo cabe mencionar que una manera de calcular el campo magnético de Feshbach en el experimento es justamente midiendo la frecuencia de transición (como se muestra en la figura 1.10) lo cuál es mucho más preciso que la calibración original realizada midiendo el campo magnético dentro de la bobina de Feshbach con una sonda de efecto Hall. En consecuencia de lo anterior, es conveniente invertir la fórmula de Breit-Rabi. Para ello se escribió un programa que permite calcular la inversa (véase el código en el apéndice). Como es complicado realizar analíticamente el despeje del campo magnético B de (1.45) se decidió hacer una interpolación tipo *spline* [29] para dicho fin. La interpolación se muestra también en la figura 1.10.

Por completez también se incluye en la figura 1.10 el error del método, i.e. la diferencia

⁸Esto también se cumple para los otros 3, pero no es de nuestro interés en esta tesis.

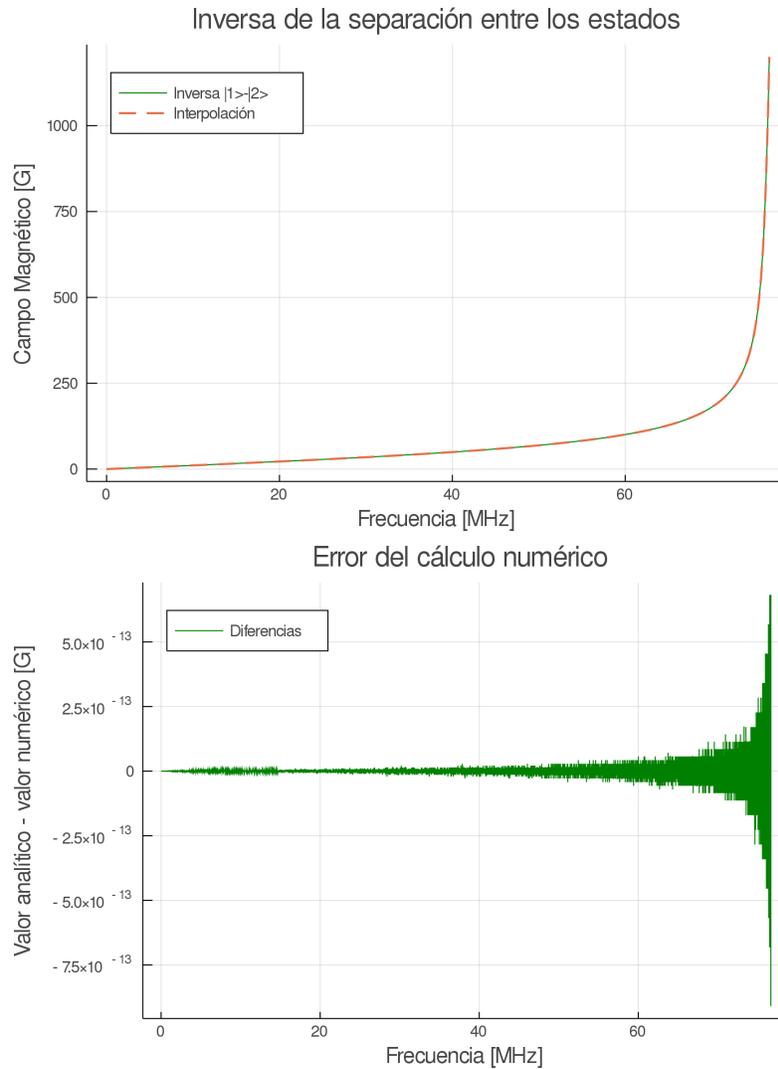


Figura 1.10: Arriba: Inversa de la separación entre los estados $|1\rangle$ y $|2\rangle$ calculada numéricamente. Abajo: Error del método numérico utilizado para calcular la inversa.

entre el valor analítico del campo magnético y el valor obtenido a partir del *spline*. Como puede verse, aunque el error aumenta con la frecuencia⁹, en ningún caso es mayor a 1×10^{-12} así que para todo fin práctico la inversa calculada de esta manera es exacta.

⁹Esto se debe a que la derivada del campo magnético en función de la frecuencia crece abruptamente después de 60 MHz pero el método utiliza un tamaño de paso constante en todo el intervalo.

Capítulo 2

El experimento del LMU

"The truth. Dumbledore sighed. It is a beautiful and terrible thing, and should therefore be treated with great caution."

J.K. Rowling

En el Laboratorio de Materia Ultrafría (LMU) contamos con un experimento capaz de producir gases cuánticos fermiónico de ${}^6\text{Li}$ en varios regímenes, en particular podemos producirlos a través del cruce BEC-BCS. A continuación describimos las etapas experimentales requeridas para alcanzar el régimen degenerado así como la técnica utilizada para la adquisición de datos. Todos los valores presentados en este capítulo fueron tomados del artículo del montaje de nuestro experimento [30].

2.1. Sistema de vacío

La producción de gases cuánticos requiere condiciones de ultra alto vacío (UHV por sus siglas en inglés), i.e. presiones menores a 10^{-9} Torr en la cámara donde se genera la muestra, sin embargo, el litio debe calentarse en un horno para ser evaporado, alcanzando una presión de vapor de 10^{-4} Torr. Es así que el experimento debe ser capaz de sostener una diferencia de presión de 5 órdenes de magnitud entre el horno y la cámara de ciencia, donde ocurre propiamente el experimento.

Nuestro sistema de UHV consiste de 3 partes principales, el horno, la etapa de bombeo

diferencial y el conjunto desacelerador Zeeman-cámara de ciencia. Cada una de estas partes está evacuada por una bomba iónica/getter (modelo NEX Torr D 200-5, marca SAES getters Inc.)

El horno consiste de un recipiente cilíndrico que contiene 5 g de ${}^6\text{Li}$. Éste se calienta a 400°C , temperatura a la cuál la presión de vapor del litio es de 10^{-4} Torr. El horno se conecta al resto del experimento a través de una boquilla de 4 mm de tal manera que el vapor sale en forma de un haz atómico propagándose hacia el sistema. Para mantener la diferencia de presiones contamos con una etapa de bombeo diferencial que consiste de dos tubos alineados entre sí separados una distancia de 25 mm. El más cercano al horno posee un diámetro interno de 4.6 mm, mientras que el que da hacia el desacelerador Zeeman tiene un diámetro interno de 7.7 mm (~ 1.7 veces mayor que el otro). Este diseño permite mantener el diferencial de presiones necesario, para más detalles se puede consultar la tesis de licenciatura de Eduardo Ibarra [31].

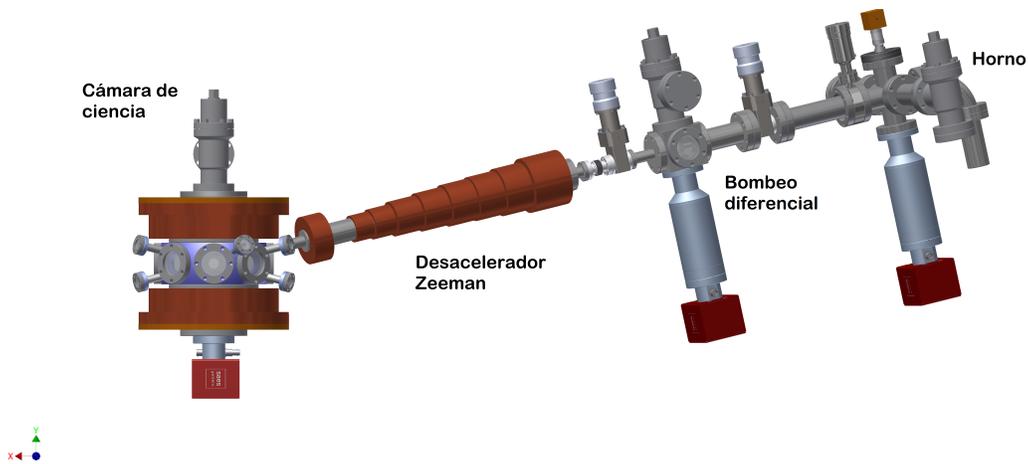


Figura 2.1: Esquema del sistema de UHV del LMU [31].

El bombeo diferencial se conecta a la cámara de ciencia a través de un tubo de 56 cm de largo y 16.5 cm de diámetro interno. Alrededor de este tubo se encuentra el desacelerador Zeeman del cuál hablaremos más adelante.

La cámara de ciencia es una cámara de acero inoxidable octogonal marca Kimball Physics. Posee ocho ventanas laterales, diez ventanas diagonales con brazos extruídos a 13° de la horizontal y dos ventanas verticales. Como se verá más adelante, las ventanas verticales son de particular importancia para esta tesis ya que son las de mayor proximidad a los átomos (alrededor de 1.3 cm).

2.2. Enfriamiento láser

El enfriamiento láser es fundamental para la producción de gases ultrafríos así que en esta sección repasamos la teoría y enunciamos los resultados más importantes de la misma para poder explicar el resto de las etapas del experimento.

A pesar de no tener masa, la luz posee momento $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ con \vec{k} el vector de onda. La idea detrás del enfriamiento láser es utilizar la interacción luz-materia para *robarle* momento a los átomos y, en consecuencia, enfriarlos a través de la presión de radiación.

Consideremos un haz de luz incidiendo sobre un átomo de 2 niveles¹, si la frecuencia de la luz es resonante con alguna transición electrónica, el fotón será absorbido. Cuando lo absorbe, el átomo sufre un cambio de momento $\Delta\vec{p} = \hbar\vec{k}$ (por conservación de momento lineal) y se excita. Posteriormente al decaer tras un tiempo característico $\tau = 1/\Gamma$ (donde Γ es el ancho de línea de la transición), el átomo emite otro fotón, cuya dirección de emisión es completamente aleatoria y provoca un nuevo cambio de momento. A esto último se le conoce como emisión espontánea y en promedio, tras muchos ciclos de absorción y emisión, el cambio de momento que produce es nulo $\langle\Delta\vec{p}_{esp}\rangle = 0$. Si se tiene una fuente de luz propagándose en una dirección particular y el átomo se mueve en dirección opuesta a la luz, el átomo experimentará una fuerza de frenado $\vec{F}_{rad} = \langle\Delta\vec{p}\rangle/\Delta t$. Esta fuerza se puede expresar en términos del ancho de línea de la transición de tal manera que

$$\vec{F}_{rad} = \hbar\vec{k}\Gamma\rho_{ee}, \quad (2.1)$$

donde ρ_{ee} es el coeficiente de probabilidad de que el átomo esté excitado [32] dado por

$$\rho_{ee} = \frac{s_0}{2[1 + s_0 + (2\Delta/\Gamma)^2]}. \quad (2.2)$$

A $s_0 = I/I_{sat}$ se le conoce como parámetro de saturación donde $I_{sat} = \pi\hbar c/3\lambda^3\tau$ es la intensidad de saturación de la transición y $\Delta = \omega - \omega_0$ es la desintonía (o *detuning*) respecto a la frecuencia de la transición. Sustituyendo (2.2) en (2.1) obtenemos la siguiente expresión para la fuerza de frenado

¹Cuyo formalismo será tratado con detalle en el siguiente capítulo.

$$F_{rad} = \frac{\hbar \vec{k} \Gamma}{2} \frac{s_0}{1 + s_0 + (2\Delta/\Gamma)^2}. \quad (2.3)$$

Naturalmente el modelo de dos niveles no considera la situación real donde puede haber dos estados muy próximos entre sí (cosa que ocurre con las componentes hiperfinas del estado base del ${}^6\text{Li}$). En ese caso si el átomo decae al otro estado, escapa del ciclo (deja de ser resonante) y ya no es enfriado, para evitar esto, el experimento requiere de una segunda frecuencia que regrese al ciclo a los átomos en el segundo estado i.e. una frecuencia de *rebombeo*. En nuestro caso la frecuencia de enfriamiento corresponde a la transición del estado base $2^2S_{1/2}(F = 3/2) \rightarrow 2^2P_{3/2}$ mientras que la frecuencia de rebombeo corresponde a $2^2S_{1/2}(F = 1/2) \rightarrow 2^2P_{3/2}$, como se indica en la figura 2.2.

Aunque ya se mencionó en el capítulo anterior, vale la pena recordar que la transición del estado base $2^2S_{1/2}$ a $2^2P_{3/2}$ es llamada transición D2 y es la que se utiliza para el enfriamiento Doppler. Por otro lado, la transición de $2^2S_{1/2}$ a $2^2P_{1/2}$ o transición D1, se utiliza para el enfriamiento sub-Doppler, como veremos más adelante.

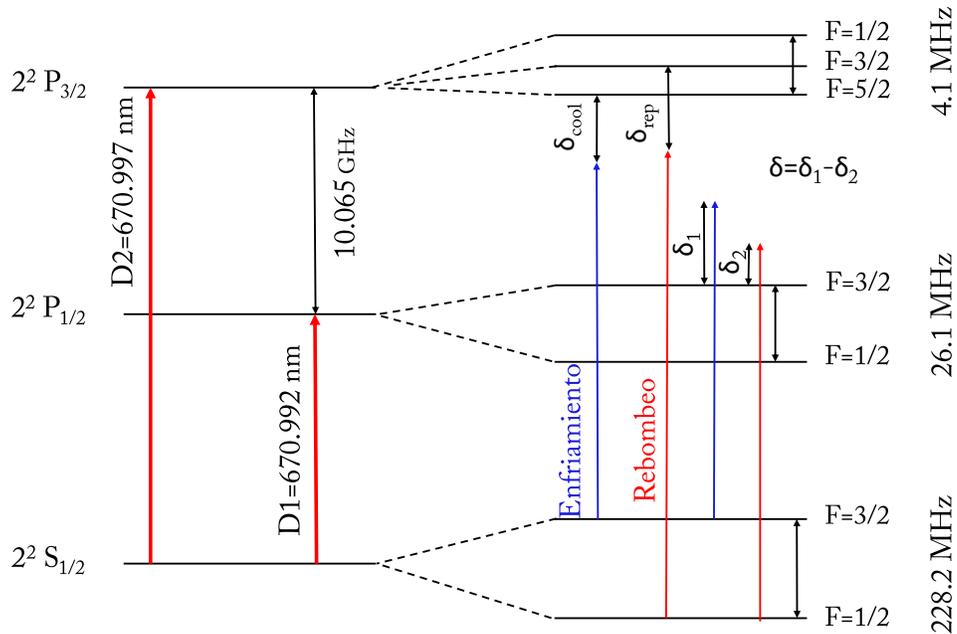


Figura 2.2: Esquema de niveles para el ${}^6\text{Li}$. Se indican las transiciones usadas en el experimento para el enfriamiento láser.

2.2.1. Enfriamiento Doppler

También es necesario considerar que los átomos tienen una velocidad \vec{v} de manera que la frecuencia de la luz que ellos perciben se ve modificada por el efecto Doppler. Para corregir por el corrimiento agregamos un factor $-\vec{k} \cdot \vec{v}$ a la desintonía

$$F_{rad} = \frac{\hbar \vec{k} \Gamma}{2} \frac{s_0}{1 + s_0 + (2(\Delta - \vec{k} \cdot \vec{v})/\Gamma)^2}. \quad (2.4)$$

Así, los átomos moviéndose contra la dirección de propagación del haz son los que serán enfriados. De ahí la razón por la cuál nuestras frecuencias se encuentran desintonizadas al rojo.

2.2.2. Desacelerador Zeeman

La primera etapa de enfriamiento se realiza en una pieza conocida como desacelerador Zeeman que es un sistema formado por un tubo rodeado por un conjunto de bobinas de diferentes tamaños lo que produce un campo magnético inhomogéneo.

A lo largo del tubo fluye el haz atómico que se encuentra con un láser contrapropagante desintonizado al rojo, el campo magnético inhomogéneo (véase la figura 2.3) permite mantener los átomos frenados resonantes con el haz a través del efecto Zeeman [32].

Los átomos inicialmente tienen una velocidad cercana a los 1540 m/s ya que se encuentran a 400° y siguen la ecuación (1.9), como veremos más adelante, la velocidad necesaria para capturarlos en la trampa magneto óptica es de 60 m/s así que es necesario producir una desaceleración enorme sobre los átomos.

El campo en el desacelerador está dado por

$$B(z) = \frac{\hbar}{\mu_B} \left(\Delta + k \sqrt{v_0^2 - \hbar k \Gamma z / m} \right), \quad (2.5)$$

donde k es el vector de onda de la luz de enfriamiento y Δ es la desintonía. En nuestro caso $\Delta = -76\Gamma$ tanto para la frecuencia de enfriamiento como para la del rebombéo. Nuestro dispositivo es capaz de desacelerar átomos con una velocidad inicial de hasta $v_0 = 960$ m/s, esto significa que, aún en el mejor de los casos, frenamos apenas 20 % de los átomos del haz atómico inicial. No obstante, como el flujo del horno es del orden de 6×10^{15} átomos por segundo, la carga de la trampa no es un problema.

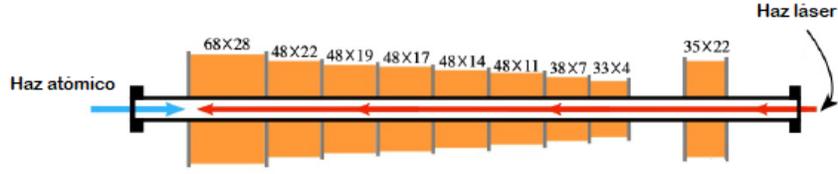


Figura 2.3: Esquema del desacelerador Zeeman. El número de vueltas en cada bobina está indicado con la notación $H \times V$ donde H nos indica el número de vueltas en cada capa y V , el número de capas (Figura obtenida de [30]).

2.2.3. Melazas ópticas

Una configuración esencial para nosotros es conocida como melaza óptica. En su versión 1D consiste en colocar dos haces contrapropagantes de manera que el átomo sienta fuerzas que dependen de la velocidad en ambas direcciones. Así podemos generar una región del espacio donde el átomo es efectivamente frenado ya que las fuerzas se oponen siempre a su movimiento (véase la figura 2.4, calculada a partir de la ecuación 2.6).

$$F_{mol} = \frac{\hbar k_+ \Gamma}{2} \frac{s_0}{1 + s_0 + (2(\Delta - \vec{k}_+ \cdot \vec{v})/\Gamma)^2} + \frac{\hbar k_- \Gamma}{2} \frac{s_0}{1 + s_0 + (2(\Delta - \vec{k}_- \cdot \vec{v})/\Gamma)^2} \quad (2.6)$$

Donde el primer término corresponde a F_+ , la fuerza producida por un vector de onda k positivo y el segundo a F_- , la fuerza producida por un vector de onda k negativo. Es importante mencionar que la única condición para que la fuerza de presión de radiación sea una fuerza viscosa ($F = -\alpha v^2$) es que la desintonía sea negativa i.e. que la luz esté corrida hacia el rojo.

No obstante esta técnica no nos permite enfriar más allá de un límite, conocido como el límite Doppler en el cuál podemos pensar que los átomos alcanzan el equilibrio térmico con la luz.

Cuando el átomo está en el estado excitado es físicamente imposible que absorba otro fotón así que durante este tiempo no puede ser enfriado. Así pues la temperatura mínima que se puede alcanzar es [33]

$$T_{min} = \frac{\hbar \Gamma}{4k_B} \frac{1 + s_0 + (2\Delta/\Gamma)^2}{2|\Delta|/\Gamma}. \quad (2.7)$$

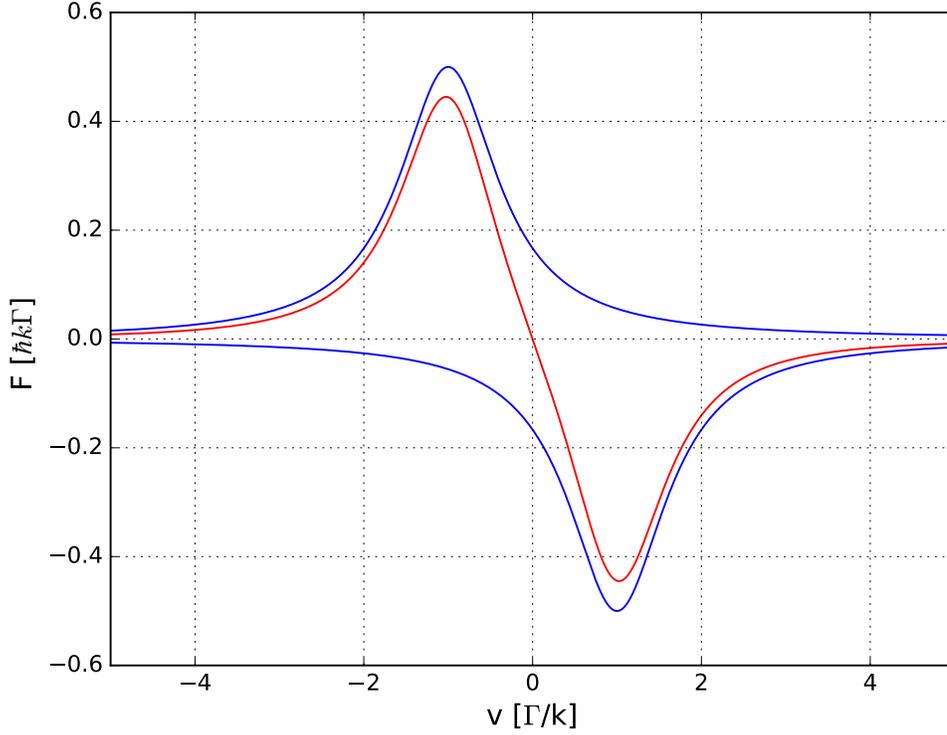


Figura 2.4: Fuerza producida por la melaza óptica. La fuerza producida por cada haz se grafica en azul, la fuerza resultante se grafica en rojo.

Bajo la aproximación de intensidades bajas i.e. cuando $s_0 \rightarrow 0$ y $\Delta = -\Gamma/2$ la expresión anterior tiene un mínimo que corresponde a

$$T_D = \frac{\hbar\Gamma}{2k_B}, \quad (2.8)$$

esta es la famosa temperatura Doppler que en el caso del litio corresponde a $T_D \approx 140\mu$ K.

2.2.4. MOT

Para atrapar átomos neutros podríamos pensar en un arreglo tridimensional de melazas ópticas (una por cada eje). No obstante, si bien así se generaría una región en el espacio donde los átomos son frenados, éstos podrían escapar sin ningún impedimento al alcanzar los bordes de la melaza. Así pues, necesitamos de otro fenómeno que provea confinamiento.

La trampa magneto óptica (MOT por sus siglas en inglés) propuesta en 1985 por Dalibard [34] utiliza, adicional al arreglo de melazas, un gradiente de campo magnético para confinar a los átomos. En particular se utiliza un campo cuadrupolar (e.g. $\vec{B} = B'(x, y, -2z)$) que tiene un cero en el centro de la trampa y crece linealmente con la distancia en todas las direcciones. Debido al efecto Zeeman (1.40), este campo produce un desplazamiento de los niveles hiperfinos que incrementa con la distancia al centro. Para excitar las transiciones hiperfinas, los haces de luz deben tener polarización circular opuesta, esto es consecuencia de las reglas de selección sobre el número cuántico m [27].

La separación entre dos niveles energéticos está dada por

$$\Delta E_{j,j'} = -(m_{j'}g_{j'} - m_jg_j)\mu_B B(z) \quad (2.9)$$

y la desintonía de nuevo debe ser corregida, ahora por un factor

$$\Delta_Z = -\frac{1}{\hbar}(m_{j'}g_{j'} - m_jg_j)\mu_B B(z) = \frac{-\Delta\mu B(z)}{\hbar}, \quad (2.10)$$

de manera que la fuerza en la MOT es

$$F_{MOT} = \frac{\hbar\vec{k}_+\Gamma}{2} \frac{s_0}{1 + s_0 + (2\Delta_+/\Gamma)^2} + \frac{\hbar\vec{k}_-\Gamma}{2} \frac{s_0}{1 + s_0 + (2\Delta_-/\Gamma)^2}, \quad (2.11)$$

con

$$\Delta_{\pm} = \Delta \pm \vec{k}_{\pm} \cdot \vec{v} \pm \frac{\Delta\mu B(z)}{\hbar}. \quad (2.12)$$

Así, conforme el átomo se aleja del centro, la frecuencia de resonancia del átomo se aproxima a la frecuencia de la luz y la fuerza sobre el átomo aumenta, obligándolo a regresar al centro.

En nuestro experimento producimos un campo magnético cuadrupolar cuyo gradiente axial al centro de la trampa es de 28 G/cm . Este se genera utilizando dos bobinas de 6x4 vueltas conectadas en configuración anti-Helmholtz.

La luz para producir la MOT contiene tanto la frecuencia de enfriamiento como la de rebombado y llega al experimento a través de 3 fibras ópticas. Cada haz de la

MOT tiene un diámetro de 2.3 cm y una potencia de alrededor de 33 mW para cada frecuencia lo que se traduce en una intensidad de $4P/\pi D^2 = 7.9 \text{ mW/cm}^2$. Los haces son perpendiculares entre sí por lo que los llamamos X, Y y Z y definen el sistema coordinado del experimento. Para producir las melazas estos haces son retrorreflejados por un arreglo de espejos y retardadores de manera que la polarización de la luz está en la configuración σ_+ , σ_- antes mencionada.

Los valores de la desintonía de los haces fueron determinados maximizando el número de átomos N que cargan en la MOT tratando de mantener la temperatura T de la muestra tan baja como sea posible. Se obtuvo $\Delta_{cool} = -8.6\Gamma \sim -50 \text{ MHz}$ y $\Delta_{rep} = -8.4\Gamma$.

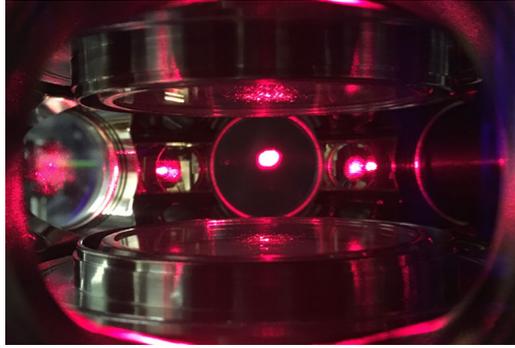


Figura 2.5: Fotografía de la MOT del LMU.

2.2.5. Melaza D2 y melaza gris

Un parámetro útil para evaluar qué tan cerca estamos del régimen degenerado es la densidad de espacio fase (PSD)

$$n\lambda_T^3 = n \left(\frac{h^2}{2\pi m k_B T} \right)^{3/2}, \quad (2.13)$$

donde λ_T es la longitud de onda térmica de de Broglie. Cuando este parámetro supera la unidad, indica que se ha alcanzado la degeneración ya que esto es equivalente a que la longitud de onda asociada a cada átomo sea mayor que el espacio promedio entre ellos. Como ya se dijo, la temperatura Doppler es la mínima temperatura que se puede lograr con las técnicas descritas hasta ahora, eso se traduce en nuestro experimento a una PSD $\approx 2 \times 10^{-7}$, aún muy lejos del régimen cuántico. Esto motiva la utilización de otras técnicas de enfriamiento en el experimento conocidas como melaza de la D2

y melaza gris (esta última es una técnica que permite alcanzar temperaturas sub-Doppler). Si bien las esbozaremos concentrándonos en los resultados, los detalles se pueden consultar en la tesis de Diego Hernández [35] y en [36, 37].

Una vez cargada la MOT el siguiente paso es aplicar un proceso basado en la línea D2 que nos permite acercarnos al límite Doppler. Este consiste en disminuir la intensidad de la luz de MOT para disminuir el calentamiento por dispersión y garantizar que la intensidad es mucho menor a la intensidad de saturación de la línea D2 (2.54 mW/cm^2). Asimismo, la luz de enfriamiento debe estar cerca de resonancia siendo $\Delta_{cooling} = -\Gamma/2$. Todo el proceso debe hacerse en ausencia de campo magnético para lo cual se apagan abruptamente las bobinas de MOT del desacelerador.

Este proceso permite una caída en la temperatura a N relativamente constante cuando disminuye la intensidad de la luz, siempre y cuando mientras mantengamos la desintonía en el régimen mencionado.

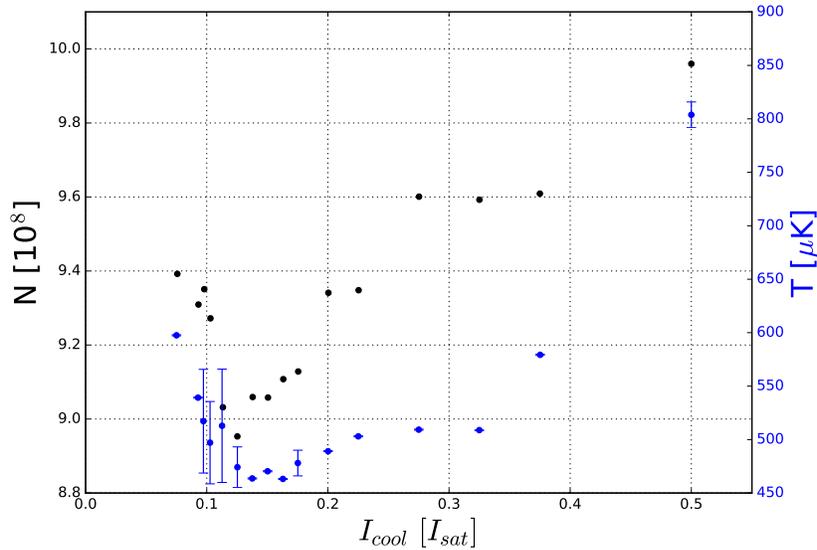


Figura 2.6: Efecto de la intensidad sobre la temperatura y el número de partículas de la nube con la melaza de la línea D2. Barras de error igual a una desviación estándar (Figura obtenida de [30]).

Con esto logramos enfriar alrededor de 6×10^8 átomos a temperaturas de $500 \mu K$ (aún arriba de la T_D), no obstante el incremento en la PSD no es muy bueno $PSD = 1 \times 10^{-7}$, es decir apenas un factor de 2.

A continuación se realiza la melaza gris, que es una técnica de enfriamiento sub-Doppler i.e. que permite bajas más allá de T_D [37]. Este es un proceso de dos fotones

en configuración Λ realizado con la transición D1 que genera dos estados coherentes, uno *brillante* que interactúa con la luz y uno *oscuro* que no interactúa. La probabilidad de transición del estado oscuro al brillante es proporcional al cuadrado del momento de los átomos de forma que los más lentos se acumulan en el estado oscuro, este proceso se conoce como VSCTP (Velocity Selective Coherent Population Trapping) pues protege a los átomos más fríos en un estado que no se calienta con la luz. Por otro lado la D1 produce un gradiente de polarización espacial que genera un esquema de enfriamiento tipo Sísifo [38] entre los estados brillante y oscuro, de manera que disminuye el momento de los átomos. En conjunto estos dos procesos disminuyen significativamente la temperatura de la nube.

El proceso de melaza gris depende fuertemente de la desintonía. Vemos que la temperatura alcanza un mínimo cuando la desintonía entre enfriamiento y rebombeo² es cero, a esto se le conoce como condición Raman.

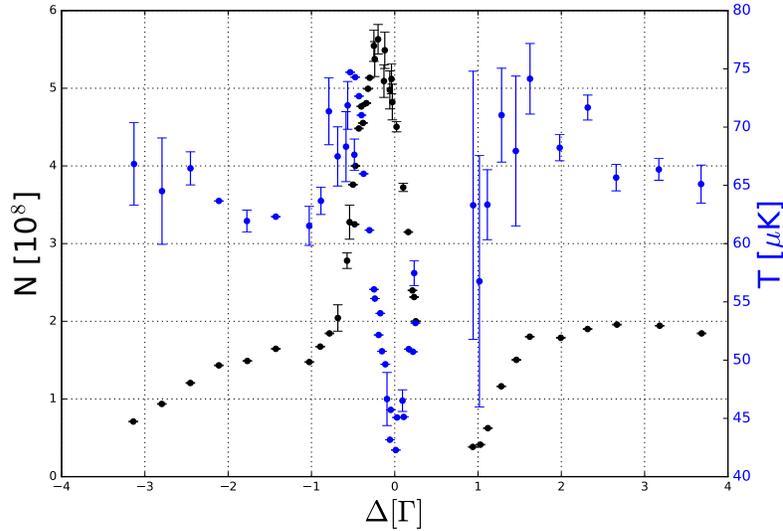


Figura 2.7: Perfil tipo Fano. Se muestra la dependencia del número de átomos y la temperatura de la muestra en función de la desintonía entre la luz de enfriamiento y rebombeo en la melaza gris. Barras de error igual a una desviación estándar (Figura obtenida de [30]).

A pesar de que el número de átomos no es máximo en la condición Raman sino a $\Delta = -0.25\Gamma$, cuando $\Delta = 0$ aún podemos enfriar cerca de 75 % de los átomos.

Después del proceso completo de enfriamiento láser de nuestro experimento, la nube

²Por analogía con la estructura de las melazas ópticas utilizamos la misma nomenclatura.

contiene cerca de 4.5×10^8 átomos en el estado hiperfino $F = 1/2$ a una temperatura de $40 \mu\text{K}$ y con una PSD de 6.6×10^{-6} que si bien es un orden de magnitud mayor, aún no es suficiente para llegar al régimen degenerado.

2.3. Enfriamiento evaporativo

2.3.1. Trampa Óptica Dipolar

Una vez terminadas las etapas de enfriamiento láser (Doppler y sub-Doppler), la muestra es transferida a un potencial conservativo para realizar la última etapa de enfriamiento, el enfriamiento evaporativo, que como veremos permite disminuir la temperatura tres órdenes de magnitud más. Este potencial es creado por la combinación de una trampa óptica dipolar (ODT) [39] y una curvatura de campo magnético de 6.2 G/cm^2 .

La ODT se produce enfocando un haz láser en el centro de la muestra. Cuando la frecuencia de este haz está muy desintonizada de las transiciones de los átomos que se quieren atrapar, éstos sentirán una fuerza conservativa de dipolo de la forma [39]

$$V_{dip}(\vec{r}) \approx \frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3} \left(\frac{\Gamma}{\Delta} \right) I(\vec{r}), \quad (2.14)$$

con $I(\vec{r})$ la intensidad de la luz, $\Delta = \omega - \omega_0$ la desintonía del haz, ω_0 la frecuencia de transición de los átomos y Γ el ancho de línea de la transición.

En nuestro caso el perfil de intensidad del haz es gaussiano i.e.

$$I(r, z) = \frac{2P}{\pi w^2(z)} e^{-2r^2/w^2(z)}, \quad (2.15)$$

donde $w(z)$ es el tamaño de la cintura (*waist*) del haz en función de su dirección de propagación

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + z/z_R}, \quad (2.16)$$

con w_0 el waist en el foco y $Z_R = \pi w_0^2/\lambda$ la longitud de Rayleigh.

Cuando $\Delta < 0$ i.e. cuando el detuning es hacia el rojo, el mínimo del potencial V_{dip} coincide con el máximo del haz (o sea, con el foco). Alrededor de este punto podemos

aproximar el potencial por un potencial armónico cilíndrico de la forma

$$V_{ho} \approx \frac{1}{2}m(\omega_r^2 r^2 + \omega_z^2 z^2), \quad (2.17)$$

con

$$\omega_r^2 = \frac{4U_0}{mw_0^2}, \quad \omega_z^2 = \frac{2U_0}{mz_R^2}, \quad U_0 = \frac{3\pi c^2 \Gamma}{2w_0^3 \Delta} I_0 \quad (2.18)$$

donde ω_r es la frecuencia radial, ω_z la frecuencia axial y U_0 es la profundidad del potencial de la trampa con I_0 la intensidad en el foco.

En el experimento producimos la ODT utilizando un láser de fibra dopada con iterbio (modelo YLR-200-LP-WC, marca IPG Photonics) que emite una longitud de onda de 1070 nm, muy desintonizada al rojo de las transiciones del litio. Durante la carga, el haz tiene un $w_0 = 45\mu\text{m}$ y una potencia $P = 140$ W, lo que corresponde a una profundidad de $\frac{U_0}{k_B} = 1.3$ mK. En la figura 2.8 se muestra una fotografía de la trampa obtenida con la técnica de imagen de absorción.

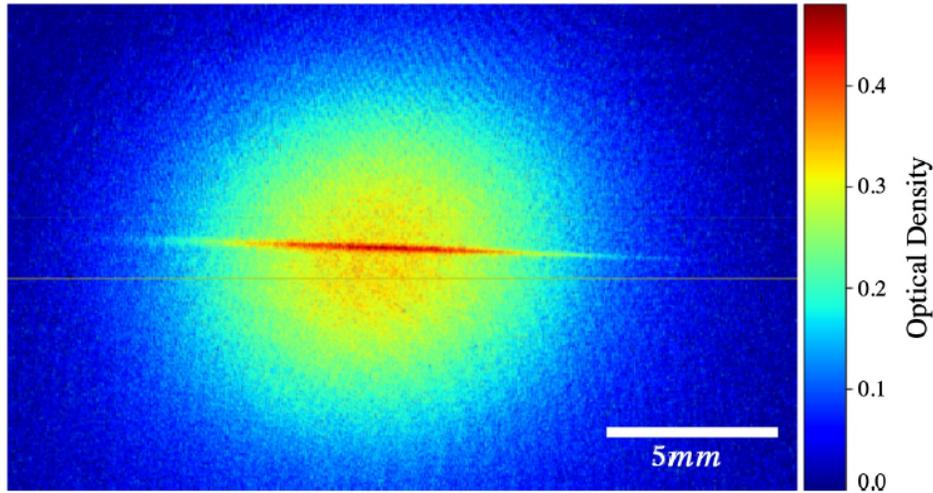


Figura 2.8: Imagen de los átomos en la MOT (región con forma de una nube esférica) transferidos a la ODT (región horizontal oscura) tras las etapas de enfriamiento láser. El gradiente de color corresponde a la densidad óptica de la muestra de acuerdo con la escala de la derecha (para más detalles véase la sección 2.4).

Una vez que el láser alcanza el máximo (tras 7 ms), se hace una rampa del campo magnético de Feshbach a 832 G, justamente en la resonancia, lo cuál, como explicaremos a continuación, es óptimo para realizar la técnica de enfriamiento evaporativo,

paso final para alcanzar el régimen degenerado. Tras la rampa, el estado hiperfino con $F = 1/2$ se separa en sus dos componentes de spin $|1\rangle$ y $|2\rangle$. Si esta rampa es adiabática, ambos estados terminan casi igualmente poblados por lo que se genera una mezcla balanceada (alrededor de 45 % y 55 % de cada estado). En el momento anterior a la evaporación se tienen alrededor de 3×10^6 átomos en la trampa (i.e. una eficiencia del 1 %) mismos que se dejan reposar al menos 20 ms de tal manera que se acumulen en el mínimo del potencial.

2.3.2. Enfriamiento Evaporativo

El enfriamiento evaporativo, como su nombre sugiere, funciona bajo el mismo principio que soplarle a un café: quitar las partículas más calientes de manera que la muestra restante termine más fría. La idea es completamente análoga pero que en este caso se le *sopla* a la muestra disminuyendo la profundidad de la ODT para dejar escapar a los átomos más energéticos. De esta forma los átomos restantes, ahora en desequilibrio, retermalizan a una temperatura más baja. Para lograr un enfriamiento eficiente (enfriar la mayor cantidad de átomos posibles) la única condición que se debe mantener es que la temperatura de la nube disminuya más rápido de lo que escapan los átomos. Es por eso que la evaporación se hace en la resonancia de Feshbach, ahí los átomos están en el régimen de mayor interacción y la retermalización ocurre rápidamente. Para optimizar la evaporación lo que buscamos es maximizar la densidad de espacio fase y al mismo tiempo minimizar la temperatura.

La evaporación se lleva a cabo utilizando tres rampas exponenciales consecutivas. Durante las primeras dos rampas, se reduce la potencia del láser IPG de 160 a 35 W y de 35 a 10 W, en 300 ms y 1000 ms respectivamente. Finalmente, la última rampa de evaporación va de 10 W a una potencia variable del orden de 35 mW en 2600 ms. Estos parámetros se obtuvieron buscando maximizar la PSD de la muestra.

Hasta este momento la discusión ha sido alrededor de la ODT, debido a que provee la mayoría del confinamiento en el proceso anterior ($\omega_{z_{ODT}} = 2\pi \times 10$ kHz). No obstante, una vez que se hace la última rampa de evaporación, el confinamiento magnético se vuelve relevante. Es importante mencionar que la curvatura del campo de Feshbach (producida por una pequeña desviación intencional de la configuración Helmholtz en las bobinas) provee un confinamiento armónico radial $\omega_{z_{mag}} = \sqrt{\mu B_r''(0)/m} = 2\pi \times 11$ Hz, aunado al confinamiento axial de la ODT de $\omega_r = 2\pi \times 163$ Hz. Esto significa que la muestra tiene una forma elongada (*cigar-shaped*, como se le conoce en inglés)

con una relación de aspecto de 1:15.

Tras el enfriamiento evaporativo somos capaces de producir muestras superfluidas degeneradas de alrededor de 5×10^4 pares atómicos a temperaturas de $T/T_F = 0.1$ (20 nK) y con $PSD \approx 10$. El proceso completo para producirlas dura alrededor de 14 s. Al final de la evaporación se puede hacer una rampa del campo de Feshbach en 300 ms hasta cualquier valor deseado, dependiendo del régimen que se desee estudiar (véase la figura 2.9).

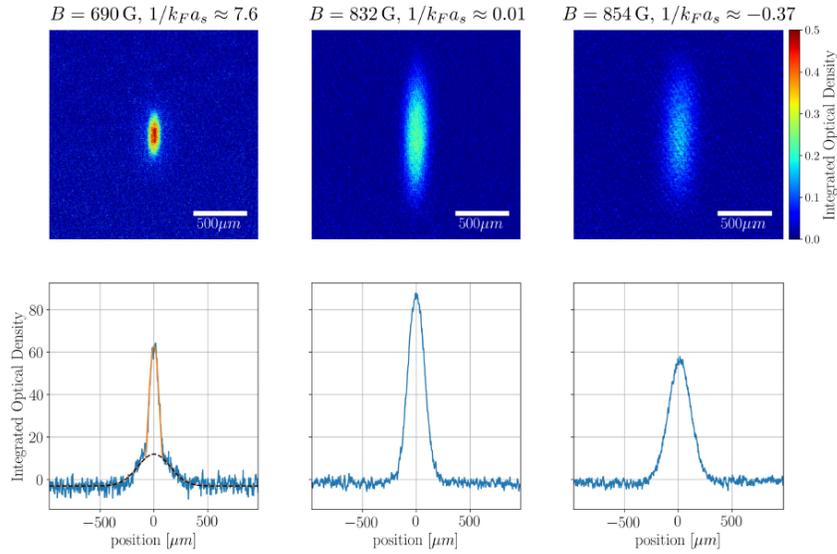


Figura 2.9: Imágenes de absorción de las muestras atómicas degeneradas, para cada una se indica el campo magnético en que fueron obtenidas (y a su vez el valor de $k_F a_s^{-1}$ correspondiente). Izquierda: condensado de Bose-Einstein. En medio: gas superfluido en el régimen unitario. Derecha: gas ultrafrío BCS (Figura obtenida de [30]).

2.4. Imagen de absorción

La adquisición de datos en el experimento se realiza mediante una técnica conocida como imagen de absorción³ que consiste en iluminar la muestra con un haz resonante, de manera que los átomos producen una sombra en el haz que se puede fotografiar con un sensor CCD. En nuestro caso contamos con un CCD de alta resolución (modelo iXon, marca Andor).

La cantidad de luz absorbida por la nube (i.e. la absorbancia de los átomos) se conoce

³Aunque esta es la técnica que más utilizamos, en el experimento se cuentan con otras herramientas de diagnóstico como la fluorescencia con un fotodiodo, sin embargo, no son de interés para este trabajo. Los detalles se pueden consultar en la tesis de Diego Hernández [35].

como densidad óptica, $OD(x, y)$ y está definida como

$$OD = -\ln \frac{I}{I_0}, \quad (2.19)$$

donde $I_0(x, y)$ es el perfil del haz de luz antes de pasar por la nube e $I(x, y)$ es el perfil después de atravesarla. Despejando la intensidad obtenemos la famosa ley de Beer-Lambert[27]

$$I(x, y) = I_0(x, y)e^{-OD(x, y)}. \quad (2.20)$$

Naturalmente la densidad óptica de la nube es proporcional a la densidad de columna i.e. a la cantidad de átomos en la dirección de propagación del haz $n(x, y) = \int n(x, y, z)dz$ matemáticamente tenemos que $OD = n(x, y)\sigma$ donde σ es la sección eficaz de absorción de los átomos. A su vez σ es función de la desintonía y del ancho de línea de la transición

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{1 + s_0 + (2\Delta/\Gamma)^2}, \quad (2.21)$$

donde s_0 es el parámetro de saturación en resonancia y σ_0 es la sección eficaz de absorción en resonancia. A bajas intensidades σ_0 es constante y está dada por $\sigma_0 = \hbar\omega/2I_{sat}$, es por ello que la imagen de absorción debe obtenerse con un haz cuya intensidad sea mucho menor a I_{sat} .

Así pues, la densidad óptica de la nube se obtiene en el experimento a partir de tres imágenes: $I(x, y)$, $I_0(x, y)$ que son las imágenes de la sombra de los átomos y sin átomos respectivamente e $I_d(x, y)$ que es una imagen obtenida sin luz que permite compensar el ruido térmico del CCD y la luz ambiental también conocida como *dark*. En síntesis la operación que se realiza es

$$OD_{exp} = -\ln \frac{I(x, y) - I_d(x, y)}{I_0(x, y) - I_d(x, y)}. \quad (2.22)$$

El parámetro más importante para evaluar la transferencia entre las poblaciones de los estados $|1\rangle$ y $|2\rangle$ es el número de átomos en cada uno. La imagen de absorción permite obtener N a partir de la siguiente expresión

$$N = \int \int n(x, y) dx dy \approx A \sum_{x, y} n(x, y) = \frac{A}{\sigma} \sum_{x, y} OD_{exp}(x, y), \quad (2.23)$$

donde A es el área efectiva del pixel CCD.

Fast Kinetic Series (FKS)

Obtener la imagen de un estado necesariamente calienta la muestra, expulsando a los átomos de la trampa. Es por eso que, si queremos medir la cantidad de átomos en cada estado (y por ende la cantidad total de átomos en la muestra) es necesario obtener 2 imágenes $I_{|1\rangle}(x, y)$ e $I_{|2\rangle}(x, y)$ espaciadas un tiempo menor al que les toma a los átomos de un estado escapar de la trampa después de la primera imagen.

Para resolver este problema se implementó una función de la cámara conocida como FKS (*Fast Kinetic Series* por sus siglas en inglés) [40] que permite adquirir varias imágenes espaciadas en un lapso menor al microsegundo. Esta modalidad funciona de la siguiente manera:

1. El CCD se divide en un área de adquisición y un área de almacenamiento cuyo tamaño es determinado por el usuario⁴ (en nuestro caso dividimos el CCD en 5). Las secciones se limpian antes de iniciar la imagen.
2. Inicia la adquisición en la sección iluminada del CCD que acumula las cuentas de fotones.
3. El CCD continúa en este estado hasta que pase el tiempo de exposición deseado (μs), tras ese lapso, las cargas acumuladas en el área de adquisición son transferidas verticalmente al área de almacenamiento.
4. El proceso de adquisición y transferencia continúa hasta que la cantidad de imágenes almacenadas corresponda a la indicada por el usuario.
5. Se lee el CCD en orden para lo cuál, tras leerse la primera imagen, el resto se desplaza verticalmente. Esto se repite hasta adquirir todas las imágenes.

⁴Este método requiere delimitar cuidadosamente el área iluminada del CCD para evitar exponer el área de almacenamiento y contaminar las imágenes. Por esta razón se instaló una navaja que bloquea el haz, limitándolo apenas a la región de interés.

Capítulo 3

Transiciones cuánticas en 2 niveles

"Hypotheses should be subservient only in explaining the properties of things but not assumed in determining them, unless so far as they may furnish experiments."

I. Newton

En este capítulo se resume la teoría del sistema de dos niveles enfocada en transiciones de radiofrecuencia. Presentamos con detalle los resultados más importantes que sientan la base para el objetivo central de esta tesis que es la producción y estudio de las transiciones entre los estados hiperfinos del ${}^6\text{Li}$.

3.1. Sistema de dos niveles

Consideremos un sistema cuántico de una partícula en el que existen únicamente dos estados, $|1\rangle$ y $|2\rangle$, separados por una diferencia de energía $\Delta E = \hbar\omega_0$ tal que $E_2 > E_1$.

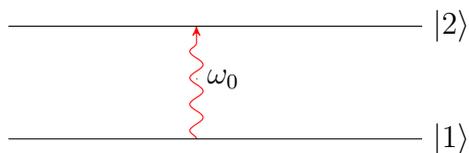


Figura 3.1: Representación de la configuración energética del sistema de 2 niveles en el caso general.

Estos estados son eigenestados del Hamiltoniano sin perturbar H_0 de tal manera que satisfacen la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo [41]

$$H_0 |i\rangle = E_i |i\rangle, \quad i = 1, 2. \quad (3.1)$$

Además, los dos estados son ortogonales entre sí

$$\langle 1|2\rangle = \delta_{12} \quad (3.2)$$

y forman una base para el sistema de manera que cualquier estado puede ser representado como una combinación lineal de ellos, es decir,

$$|\Psi(t)\rangle = c_1 |1\rangle + c_2 |2\rangle. \quad (3.3)$$

Por supuesto, la normalización de la probabilidad exige que

$$|c_1|^2 + |c_2|^2 = 1. \quad (3.4)$$

Si dejamos este sistema evolucionar en el tiempo tendremos que

$$|\Psi(t)\rangle = c_1 |1\rangle e^{-iE_1 t/\hbar} + c_2 |2\rangle e^{-iE_2 t/\hbar}. \quad (3.5)$$

Supongamos ahora que prendemos una perturbación $H'(t)$ de manera que, aunque la función de onda del sistema aún puede ser representada como combinación lineal de nuestros estados, ahora los coeficientes de probabilidad evolucionan en el tiempo,

$$|\Psi(t)\rangle = c_1(t) |1\rangle e^{-iE_1 t/\hbar} + c_2(t) |2\rangle e^{-iE_2 t/\hbar}. \quad (3.6)$$

Nuestra tarea es resolver la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo para los coeficientes de (3.6)

$$H\Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}, \quad H = H_0 + H'(t). \quad (3.7)$$

Sustituyendo lo anterior llegamos a

$$\begin{aligned}
 & c_1[H_0 |1\rangle]e^{-iE_1t/\hbar} + c_2[H_0 |2\rangle]e^{-iE_2t/\hbar} + c_1[H' |1\rangle]e^{-iE_1t/\hbar} + c_2[H' |2\rangle]e^{-iE_2t/\hbar} \\
 & = i\hbar[\dot{c}_1 |1\rangle e^{-iE_1t/\hbar} + \dot{c}_2 |2\rangle e^{-iE_2t/\hbar} + c_1 |1\rangle (-iE_1/\hbar)e^{-iE_1t/\hbar} + c_2 |2\rangle (-iE_2/\hbar)e^{-iE_2t/\hbar}]
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

Podemos cancelar los primeros dos términos del primer renglón con los últimos dos del segundo de acuerdo con la ecuación (3.1).

$$c_1[H' |1\rangle]e^{-iE_1t/\hbar} + c_2[H' |2\rangle]e^{-iE_2t/\hbar} = i\hbar[\dot{c}_1 |1\rangle e^{-iE_1t/\hbar} + \dot{c}_2 |2\rangle e^{-iE_2t/\hbar}]. \tag{3.9}$$

Entonces, tomando el producto interno con $\langle 1|$ para despejar \dot{c}_1 se llega a

$$c_1[\langle 1|H'|1\rangle]e^{-iE_1t/\hbar} + c_2[\langle 1|H'|2\rangle]e^{-iE_2t/\hbar} = i\hbar\dot{c}_1e^{-iE_1t/\hbar}. \tag{3.10}$$

Por practicidad definimos $H'_{ij} = \langle i|H'|j\rangle$ obteniendo

$$\dot{c}_1 = -\frac{i}{\hbar}[c_1H'_{11} + c_2H'_{12}e^{-i(E_2-E_1)t/\hbar}] \tag{3.11}$$

y análogamente

$$\dot{c}_2 = -\frac{i}{\hbar}[c_2H'_{22} + c_1H'_{21}e^{i(E_2-E_1)t/\hbar}]. \tag{3.12}$$

En la mayoría de los casos (incluido el nuestro) los elementos diagonales de H' se anulan, de manera que $H'_{11} = H'_{22} = 0$ y las ecuaciones se reducen a

$$\begin{cases} \dot{c}_1 = -\frac{i}{\hbar}H'_{12}e^{-i\omega_0t}c_2 \\ \dot{c}_2 = -\frac{i}{\hbar}H'_{21}e^{i\omega_0t}c_1 \end{cases} \tag{3.13}$$

donde definimos la frecuencia de transición como

$$\omega_0 = \frac{E_2 - E_1}{\hbar}. \tag{3.14}$$

3.2. Oscilaciones de Rabi

Para deducir el famoso resultado de las oscilaciones de Rabi [42] consideramos que en tiempo cero el sistema se encuentra en el estado $|1\rangle$, i.e.

$$c_1(0) = 1, \quad c_2(0) = 0. \quad (3.15)$$

Como veremos a continuación, nuestro sistema está muy bien aproximado por el tratamiento general de una perturbación sinusoidal. En nuestro caso el sistema de dos niveles es un átomo de ${}^6\text{Li}$ en un campo magnético constante de manera que tenemos acceso a sus niveles hiperfinos. Sobre él incide una onda electromagnética resonante con la transición $|1\rangle - |2\rangle$ (es decir una onda de RF con una frecuencia $\omega \sim 76$ MHz). El átomo cíclicamente absorberá los fotones, se excitará y los re-emitará. Como la onda es muy grande comparada con el átomo (alrededor de 4 m) podemos ignorar la variación espacial del campo de manera que el átomo percibe un campo sinusoidal de la forma¹

$$\vec{B}(t) = B_0 \cos(\omega t) \hat{x}. \quad (3.16)$$

Escribimos entonces el Hamiltoniano de la perturbación considerando que $\vec{m} = \frac{-\mu_B}{\hbar}(g_J \vec{J} + g_I \vec{I})$ es la energía del momento magnético causado por la radiofrecuencia, es decir

$$H'(t) = -\vec{m} \cdot \vec{B}(t) = -m_x B_0 \cos(\omega t), \quad (3.17)$$

de tal manera que

$$H'_{12} = -m_x \langle 1 | x | 2 \rangle B_0 \cos(\omega t) = V_{12} \cos(\omega t), \quad (3.18)$$

donde definimos $V_{12} = -m_x \langle 1 | x | 2 \rangle B_0$ y, análogamente, $V_{21} = -m_x \langle 2 | x | 1 \rangle B_0$. Además, como se trata de cantidades reales tenemos que $V \equiv V_{12} = V_{21}$.

Sustituyendo estas condiciones en (3.13) obtenemos

¹Como indica [43] el acoplamiento del átomo ocurre principalmente con el campo magnético, por lo cual ignoramos el efecto de \vec{E} . Asimismo consideramos que \vec{B} está en dirección \hat{x} pues las reglas de selección obligan a que el campo magnético de la perturbación sea perpendicular al campo de Feshbach (\hat{z}) para que el elemento de matriz de la transición sea distinto de cero.

$$\begin{cases} \dot{c}_1 = -\frac{i}{\hbar}V \cos(\omega t)e^{-i\omega_0 t}c_2 \\ \dot{c}_2 = -\frac{i}{\hbar}V \cos(\omega t)e^{i\omega_0 t}c_1. \end{cases} \quad (3.19)$$

Si utilizamos la expresión exponencial compleja para el coseno el sistema se convierte en

$$\begin{cases} \dot{c}_1 = -\frac{i}{2\hbar}Vc_2 [e^{i(\omega-\omega_0)t} + e^{-i(\omega+\omega_0)t}] \\ \dot{c}_2 = -\frac{i}{2\hbar}Vc_1 [e^{i(\omega+\omega_0)t} + e^{-i(\omega-\omega_0)t}]. \end{cases} \quad (3.20)$$

Aproximación de onda rotante (RWA)

El siguiente paso consiste en realizar la llamada *aproximación de onda rotante*² que se justifica físicamente considerando que las frecuencias lejanas a la frecuencia de transición tienen una probabilidad despreciable de provocarla. Matemáticamente, esto implica que

$$\omega_0 + \omega \gg |\omega_0 - \omega|. \quad (3.21)$$

Así pues, la aproximación consiste en despreciar el término de la suma de frecuencias en (3.20) de tal forma que obtenemos el sistema de ecuaciones a resolver

$$\begin{cases} \dot{c}_1 = -\frac{i}{2\hbar}Vc_2e^{i(\omega-\omega_0)t} \\ \dot{c}_2 = -\frac{i}{2\hbar}Vc_1e^{-i(\omega-\omega_0)t}. \end{cases} \quad (3.22)$$

Ahora usamos el método de eliminación para obtener una única ecuación homogénea de segundo orden

$$\ddot{c}_2 + i(\omega - \omega_0)\dot{c}_2 + V^2/4\hbar^2 = 0. \quad (3.23)$$

²Esta es una excelente aproximación en el experimento, considerando que $\omega_0 \approx 76$ MHz para la transición $|1\rangle$ - $|2\rangle$ y que con la antena emitimos frecuencias ω entre $[74.95, 76.47]$ MHz.

Proponemos entonces el ansatz $c_2(t) = e^{i\lambda t}$ con el cual obtenemos la ecuación característica

$$\lambda^2 + \lambda(\omega - \omega_0) - V^2/4\hbar^2 = 0, \quad (3.24)$$

que tiene por solución

$$\lambda_{\pm} = \frac{\Delta \pm \sqrt{\Delta^2 + (V/\hbar)^2}}{2}, \quad (3.25)$$

donde definimos la desintonía $\Delta \equiv \omega_0 - \omega$. De esta manera, la solución general a la ecuación (3.23) es

$$c_2(t) = A_+ e^{i\lambda_+ t} + A_- e^{i\lambda_- t}. \quad (3.26)$$

Utilizando las condiciones de frontera determinamos el valor de A_{\pm}

$$A_{\pm} = \mp \frac{1}{2\hbar} V [\Delta^2 + V^2/\hbar^2]^{-1/2}, \quad (3.27)$$

de manera que finalmente obtenemos la solución para $c_2(t)$ y, derivando e igualando lo obtenido con (3.22), también para $c_1(t)$. En síntesis se tiene que

$$\begin{cases} c_1(t) = e^{i\Delta t/2} \left[\cos(\Omega_R t/2) - i \frac{\Delta}{\Omega_R} \sin(\Omega_R t/2) \right] \\ c_2(t) = i \frac{V}{\hbar} e^{i\Delta t/2} \frac{\sin(\Omega_R t/2)}{\Omega_R}, \end{cases} \quad (3.28)$$

donde definimos la llamada *frecuencia de Rabi generalizada* como

$$\Omega_R = [\Delta^2 + V^2/\hbar^2]^{1/2}. \quad (3.29)$$

Calculando la norma cuadrada de la segunda ecuación de (3.28) obtenemos la probabilidad de transición al estado excitado, es decir, la probabilidad de que una partícula que empezó en el estado $|1\rangle$ se encuentre en el estado $|2\rangle$ al tiempo t .

$$P_{12}(t) = |c_2(t)|^2 = \frac{|V|^2}{\hbar^2} \frac{\sin^2[\Omega_R t/2]}{\Omega_R^2}. \quad (3.30)$$

Observemos que, como función del tiempo, la ecuación (3.30) oscila sinusoidalmente. Esto es lo que se conoce como *oscilaciones de Rabi* y, cuando $\Delta = 0$, la frecuencia con la que oscila entre los dos estados se denomina simplemente *frecuencia de Rabi* (que denotamos por $\Omega = V/\hbar$). Al tiempo que le toma a la población en transferirse completamente de un estado al otro se le denomina *pulso π* y está dado por $t_\pi = \pi/\Omega$ (véase la figura 3.2).

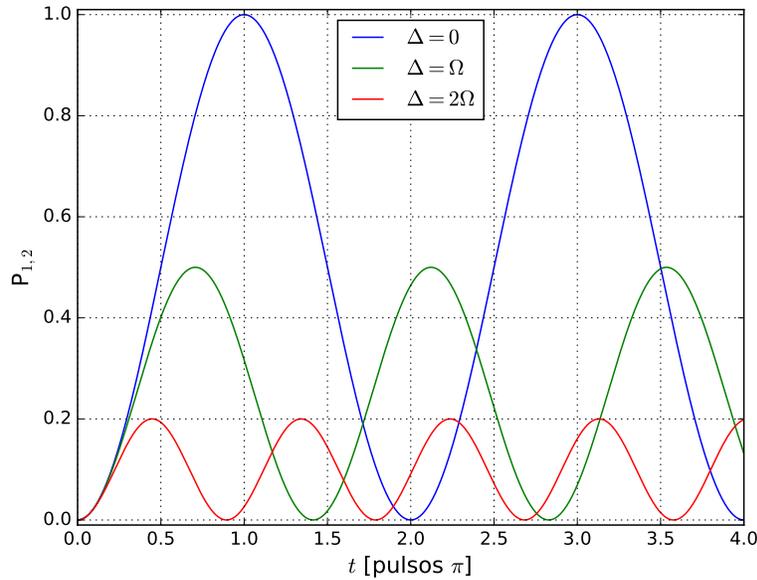


Figura 3.2: Probabilidad de transición en función del tiempo para diferentes valores de Δ , de acuerdo con la ecuación (3.30).

La probabilidad de transición en función de la desintonía presenta un perfil del tipo $\text{sinc}^2(\delta)$, esto significa que, bajo el esquema de Rabi, la probabilidad de que ocurra la transición depende fuertemente de utilizar una frecuencia muy cercana a la frecuencia de la transición ω_0 i.e. de estar cerca de resonancia (véase la figura 3.3).

Es muy importante comentar que, como la amplitud de (3.30) es cuadrática con V , tanto la probabilidad de transición como la frecuencia de Rabi son proporcionales a $|B|^2$ i.e. a la potencia de la RF.

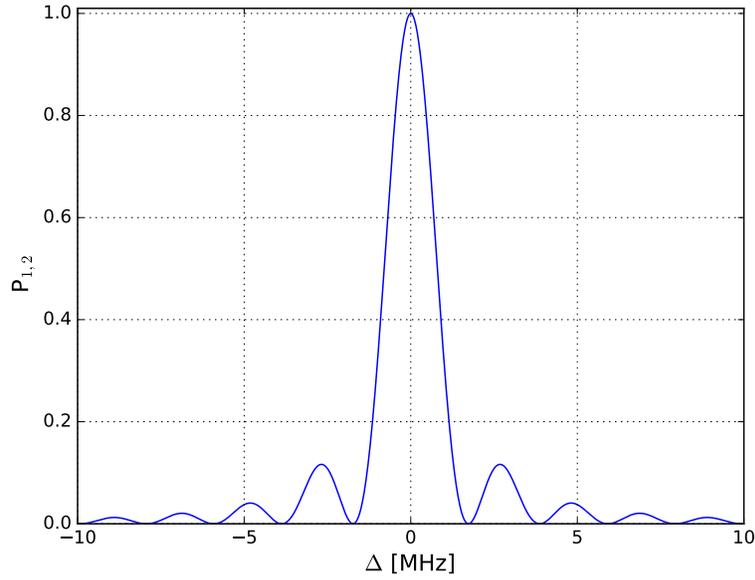


Figura 3.3: Probabilidad de transición en función de la desintonía de acuerdo con la ecuación (3.30) para $t = \pi$. La probabilidad, aunque oscila, cae a cero rápidamente.

3.3. Transiciones de Landau-Zener

Existe otro esquema, más general, en el caso en que la radiación incidente no es monocromática sino que su frecuencia se barre linealmente en cierto intervalo. Esto resulta en una transición distinta cuyo comportamiento dedujo L. Landau [44, 45] por primera vez (salvo por una corrección en un factor de 2π realizada por C. Zener en 1932) [46].

Cuando un átomo interactúa con luz es necesario introducir el acoplamiento entre los niveles de energía del átomo y el campo electromagnético. Si ignoramos la interacción entre ambos podemos definir una base desacoplada $|i, N\rangle$ donde la primera parte corresponde a los estados i del átomo y la segunda al número N de fotones [47].

Consideremos un sistema de dos niveles donde la energía depende linealmente del tiempo (ver figura 3.4). En la ausencia de una perturbación los dos niveles de energía se cruzan, al introducir el efecto de la interacción con el campo se produce un desdoblamiento de niveles conocido como un cruce evitado. Si se barre la frecuencia adiabáticamente ($\dot{\Omega} \ll \Omega^2$) entonces el sistema seguirá la trayectoria indicada por la hipérbola mientras que si se hace muy rápidamente, el sistema seguirá las líneas punteadas.

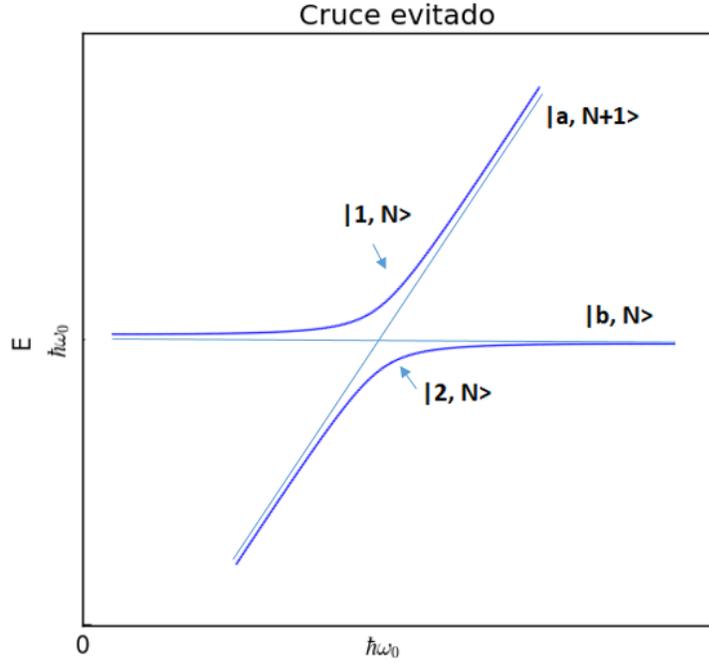


Figura 3.4: Esquema de un cruce evitado en el caso de estados vestidos. El origen de la energía corresponde al estado $|a, N\rangle$.

Lo que nosotros queremos saber es la probabilidad de pasar de un estado al otro cuando barremos la frecuencia en el límite diabático, es decir, a una velocidad finita. Siguiendo la derivación de Anh y Chibotaru [48] la dinámica de la transición está dada por el siguiente Hamiltoniano

$$H = \begin{pmatrix} \dot{\Omega}t/2 & \Omega/2 \\ \Omega/2 & -\dot{\Omega}t/2 \end{pmatrix}, \quad (3.31)$$

donde $\dot{\Omega} = d\Omega/dt$ es la velocidad de barrido de la frecuencia de nuestra perturbación. De nuevo la función de onda del sistema es

$$|\Psi(t)\rangle = c_1(t) |1\rangle + c_2(t) |2\rangle. \quad (3.32)$$

Sustituyendo (3.31) y (3.32) en la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo (3.7) obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales acopladas³

³En esta deducción tomamos $\hbar = 1$ por practicidad.

$$\begin{cases} \dot{c}_1 = -\frac{i\dot{\Omega}t}{2}c_1 - \frac{i\Omega}{2}c_2 \\ \dot{c}_2 = -\frac{i\Omega}{2}c_1 + \frac{i\dot{\Omega}t}{2}c_2. \end{cases} \quad (3.33)$$

Derivando respecto al tiempo la ecuación para \dot{c}_1 y sustituyendo \dot{c}_2 en la derivada reducimos el orden del sistema obteniendo una ecuación de segundo orden equivalente

$$\ddot{c}_1 + \left(\frac{i\dot{\Omega}}{2} + \frac{\Omega^2}{4} + \frac{\dot{\Omega}^2 t^2}{4} \right) c_1 = 0. \quad (3.34)$$

Si bien buscamos una expresión para los coeficientes, el truco de la derivación es encontrar el valor de $\frac{\dot{c}_1}{c_1}$ cuando $t \rightarrow \infty$. Físicamente, consideramos que en $t = -\infty$ toda la población se encuentra en el estado $|1\rangle$, lo que esperaríamos que suceda es que en tiempos muy largos el valor del coeficiente de $|1\rangle$ tienda a una constante así que proponemos el ansatz $c_1(t) = |c_1|e^{-i\phi(t)}$. Sustituyéndolo en (3.34) tenemos

$$\left(-\dot{\phi}^2 - i\ddot{\phi} + \frac{i\dot{\Omega}}{2} + \frac{\Omega^2}{4} + \frac{\dot{\Omega}^2 t^2}{4} \right) c_1 = 0. \quad (3.35)$$

Separando en parte real e imaginaria respecto a ϕ el sistema resultante es

$$\begin{cases} \dot{\phi} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\Omega^2 + \dot{\Omega}^2 t^2} \\ \ddot{\phi} = \frac{\dot{\Omega}}{2}. \end{cases} \quad (3.36)$$

Así pues, la ecuación para $\dot{\phi}$ cuando $t \rightarrow \pm\infty$ se puede aproximar en serie de Taylor como

$$\dot{\phi} = \frac{1}{2}\dot{\Omega}t \sqrt{1 + \frac{\Omega^2}{\dot{\Omega}^2 t^2}} \approx \frac{1}{2}\dot{\Omega}t \left(1 + \frac{\Omega^2}{2\dot{\Omega}^2 t^2} \right). \quad (3.37)$$

De acuerdo con nuestro ansatz $\dot{c}_1 = -i\dot{\phi}c_1$ de manera que, en el límite ya mencionado,

$$\left(\frac{\dot{c}_1}{c_1}\right) = -i\dot{\phi} = -i\left(\frac{\dot{\Omega}t}{2} + \frac{\Omega^2}{4\dot{\Omega}t}\right). \quad (3.38)$$

Ahora podemos utilizar el teorema integral de Cauchy para obtener el resultado que buscamos sin conocer la forma de $c_1(t)$. Tenemos que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\dot{c}_1}{c_1} dt = - \oint_{\hat{C}} \frac{\dot{c}_1(z)}{c_1} dz, \quad (3.39)$$

donde el lado derecho representa la integral de trayectoria tomada en un semicírculo \hat{C} infinitamente grande centrado en $z = 0$ en el plano complejo.

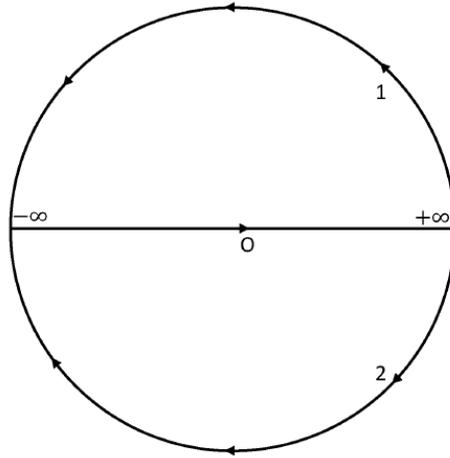


Figura 3.5: Trayectorias posibles sobre el plano complejo. (Imagen tomada de [48]).

Integrando el lado izquierdo de (3.39) se tiene

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\dot{c}_1}{c_1} dt = \ln \frac{c_1(+\infty)}{c_1(-\infty)}, \quad (3.40)$$

por otro lado como $\frac{\dot{c}_1(z)}{c_1(z)}$ es analítica en el dominio integrado y debido a que tiene el

mismo límite en z y en t cuando tienden a $\pm\infty$ tenemos que $\frac{\dot{c}_1}{c_1} = -i\left(\frac{\dot{\Omega}z}{2} + \frac{\Omega^2}{4\dot{\Omega}z}\right)$.

En \hat{C} se tiene que $z = Re^{i\theta}$ y $dz = iRe^{i\theta}d\theta$ de forma que el lado derecho de (3.39) se puede integrar como

$$-\oint_{\hat{C}} \frac{\dot{c}_1(z)}{c_1} dz = i \oint_{\hat{C}} \left(\frac{\dot{\Omega}z}{2} + \frac{\Omega^2}{4\dot{\Omega}z} \right) dz = i \lim_{R \rightarrow \infty} \int_0^{\pm\pi} \left(\frac{i\dot{\Omega}R^2 e^{2i\theta}}{2} + \frac{i\Omega^2}{4\dot{\Omega}} \right) d\theta. \quad (3.41)$$

El signo positivo en el límite superior corresponde al contorno 1 y el negativo al contorno dos (véase la Fig. 3.5). Independientemente de ello al integrar respecto a θ el primer término se anula de manera que obtenemos

$$\ln \frac{c_1(+\infty)}{c_1(-\infty)} = \mp \frac{\pi\Omega^2}{4\dot{\Omega}}, \quad (3.42)$$

o equivalentemente,

$$c_1(+\infty) = c_1(-\infty) \exp\left(\frac{\mp\pi\Omega^2}{4\dot{\Omega}}\right). \quad (3.43)$$

Así pues la probabilidad de la transición es el módulo cuadrado de (3.43) donde escogemos el signo negativo (semicírculo inferior) para que tenga sentido físico. Ésta es la famosa fórmula de Landau-Zener.

$$P_{LZ} = |c_1(+\infty)|^2 = |c_1(-\infty)|^2 \exp\left(\frac{-\pi\Omega^2}{2\dot{\Omega}}\right) = \exp\left(\frac{-\pi\Omega^2}{2\dot{\Omega}}\right) \quad (3.44)$$

Este tipo de transición nos permite utilizar un barrido de frecuencias para producir una transferencia prácticamente total de un estado al otro (lo que se conoce como *Rapid Adiabatic Passage*). Asimismo es un buen punto de partida para buscar la frecuencia de transición, acotando el rango en el que se realiza el barrido hasta dejar de ver transferencia.

Es muy importante recalcar que a partir de (3.44) podemos determinar Ω variando la velocidad de barrido ($\dot{\Omega} \approx \Delta\Omega/\Delta t$) y midiendo la población en un estado tras el barrido ya que la probabilidad de transición es una exponencial en función de $\dot{\Omega}$ con la frecuencia de Rabi como parámetro ajustable.

Las expresiones encontradas en este capítulo son de vital importancia para los resultados de esta tesis pues el estudio de transiciones hiperfinas que se encuentra en el capítulo 5 es una realización experimental de la teoría aquí descrita. La aproximación de 2 niveles resulta válida en nuestro caso ya que la separación entre los estados

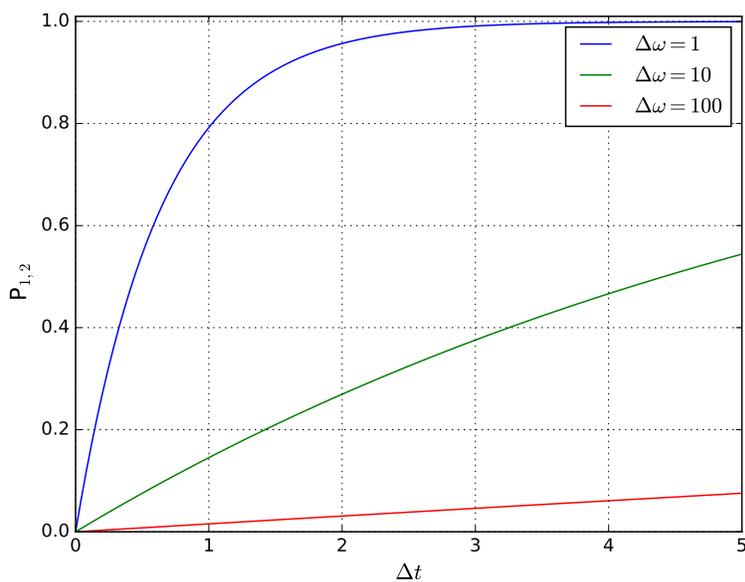


Figura 3.6: Probabilidad de transición en función del tiempo de acuerdo con (3.44) para diferentes intervalos de frecuencias.

cuánticos no contiguos es muy grande (del orden de 150 MHz en el menor de los casos).

Capítulo 4

Antena de radiofrecuencia

"I do not think that the wireless waves I have discovered will have any practical application."

H. Hertz

En este capítulo se explica el sistema que utilizamos para producir transiciones hiperfinas en el experimento. En particular se hace un breve repaso de las antenas de espira, se dan detalles sobre el diseño, construcción y las características técnicas de la antena y se incluye la caracterización del dispositivo final.

4.1. Excitación de transiciones cuánticas con radiofrecuencia

Para provocar las transiciones en la muestra necesitamos producir señales en dos rangos de frecuencias que corresponden a la separación entre los estados: el primero entre 74.95 y 76.47 MHz para la transición $|1\rangle$ - $|2\rangle$ y el segundo entre 80.93 y 85.05 MHz para la $|2\rangle$ - $|3\rangle$ ¹. Las señales deben tener la máxima potencia posible para maximizar la frecuencia de Rabi de la transición de acuerdo con (3.30) y su duración debe poder

¹Los dos rangos fueron determinados con la fórmula de Breit-Rabi (1.45) considerando campos magnéticos entre 400 y 1000 G. Esto permite realizar transiciones en todos los regímenes del experimento.

controlarse en escalas de microsegundos, asimismo su resolución en frecuencia debe ser menor a 1 kHz.

En consecuencia, el sistema que se propone en esta tesis consta de un generador de frecuencias para producir tanto barridos como pulsos (modelo 33600A, marca Keysight), un switch/atenuador para controlar la duración de las mismas (ZMAS-1, Minicircuits), un amplificador para maximizar la potencia irradiada (ZHL-100W-GAN+, Minicircuits), una fuente de corriente para alimentar el amplificador (ES 030-10, Delta Electrónica), una antena para emitir los pulsos cerca de la muestra atómica y un circuito de acoplamiento de impedancias para minimizar la reflexión de la señal desde la antena al resto del sistema. Estos componentes deben integrarse con el resto del experimento de manera que se puedan sincronizar las señales, para ello, tanto el generador de frecuencias como el switch reciben una señal de disparo o *trigger* desde el sistema de control (véase la figura 4.1).

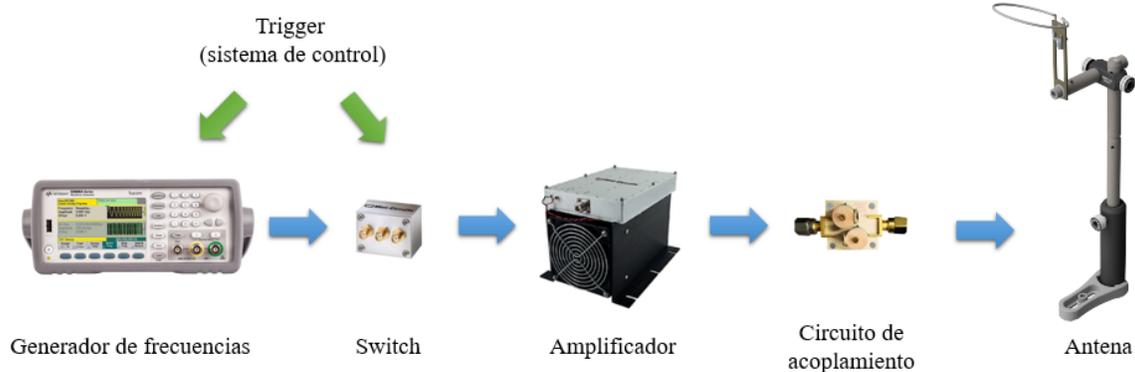


Figura 4.1: Esquema del sistema utilizado para producir las señales de radiofrecuencia en el experimento.

4.2. Antenas de espira (loop)

Como la ventana inferior de la cámara de ciencia es el lugar más próximo a la muestra atómica, es también el sitio ideal para colocar la antena si se busca maximizar la potencia que incide sobre los átomos (véase la figura 4.2). Lamentablemente, esto impone una restricción fundamental en su diseño: la antena debe caber en un cilindro de 7 cm de diámetro sin obstruir un haz láser de 2.3 cm que pasa por el centro. Esto nos obliga a utilizar una antena de espira circular (o tipo *loop*) con un diámetro de 6 cm. Por otro lado, de acuerdo con la relación $\lambda = c/\nu$, la longitud de una onda λ

correspondiente a una frecuencia $\nu=76$ MHz es de casi 4 metros mientras que la de una de 83 MHz es de aproximadamente 3.6 m. Esto implica que nuestra antena será mucho más pequeña que la longitud de onda a emitir.

Una antena de espira con una circunferencia menor al 10 % de λ es llamada de espira eléctricamente corta o simplemente corta y posee características muy distintas que una antena de onda completa (de tamaño comparable a λ), es necesario considerar esto ya que nuestra antena, teniendo una circunferencia de 37.7 cm, se encuentra justamente en ese límite. A un tiempo dado, el valor de la corriente es constante en toda la longitud de una antena de espira corta ya que es demasiado pequeña como para que la polaridad del voltaje se invierta en una región sin afectar la longitud completa de la antena.

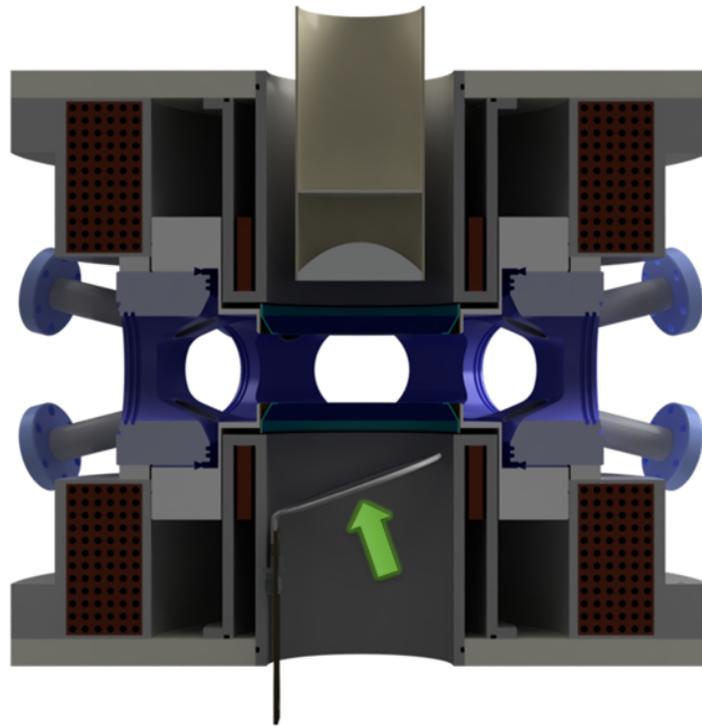


Figura 4.2: Corte transversal de la cámara de ciencia, nótese la posición de la antena (indicada por la flecha verde) dentro del cilindro inferior y muy próxima a la ventana. La muestra se produce justamente en el centro de la figura. La cámara está indicada en azul mientras que las bobinas de Feshbach y de MOT están en café. (Figura cortesía de Carlos Gardea).

El campo electromagnético emitido por una antena se puede dividir en tres diferentes regiones características: el campo cercano, el campo lejano y la zona de transición.²

²Si bien los límites entre ellas varían mucho en la literatura, aquí utilizamos la convención de

El campo lejano es la zona convencional de emisión de radio y se encuentra a una distancia mayor a λ de la antena. En dicha región la onda electromagnética está formada por un campo magnético y un campo eléctrico oscilantes, perpendiculares entre sí y a la dirección de propagación de la onda. La intensidad de estos campos es inversamente proporcional a la distancia de forma que la potencia de la onda cae como el cuadrado de la distancia y se dice que la antena radia.

El campo cercano es la región menor a $\lambda/2\pi$. En esta región las intensidades del campo magnético y eléctrico están fuertemente determinadas por la geometría de la antena (y los conductores que la rodean) y no cumplen ninguna relación en particular. En el caso de las antenas de espira, el campo magnético decae como el inverso del cubo de la distancia y en consecuencia la potencia del campo decae como el inverso de la sexta potencia de la distancia.

La zona de transición está justamente entre $\lambda/2\pi$ y λ de la antena y es la región más complicada de describir pues los efectos del campo cercano y del campo lejano se conjugan. De acuerdo con estos criterios la región de campo cercano de nuestra antena corresponde a una distancia de 60 cm, así pues, en todo momento nos encontramos dentro de ese régimen.

Varios factores del rendimiento de la antena de espira, incluyendo la potencia emitida, escalan en proporción al área de la espira [50]. Las antenas de espira cortas también son llamadas de espira magnética ya que se comportan eléctricamente como una bobina, acoplándose al campo magnético de la onda de radio en el campo cercano, en consecuencia utilizar una antena de espira corta como emisora forzosamente se traduce en una eficiencia muy reducida. Como se indica en la referencia [51], para producir las transiciones buscamos que el campo magnético de la antena se acople con los átomos, así pues, aumentar el número de espiras permite compensar (al menos en parte) la baja potencia, defecto inherente a nuestro sistema.

El patrón de radiación de una antena de espira corta, en ausencia de objetos que lo perturben, es opuesto al de una espira de onda completa (véase la figura 4.3). Como la corriente instantánea es constante en la antena, los voltajes inducidos en el eje de la espira se cancelarán entre sí por simetría, razón por la cuál hay un mínimo de campo en esa dirección. Por el contrario, el patrón de radiación tiene un pico en la dirección del plano de la antena debido a la diferencia de fase en la corriente. Esta diferencia incrementa con el tamaño de la espira e influye fuertemente sobre la

eficiencia resultante de la antena. Como ya se mencionó tanto la geometría como los conductores alrededor de la antena perturbarán el patrón de radiación, por ende, otro factor a considerar al instalar la antena es su orientación respecto a los átomos, ya que no podemos medir el patrón de radiación de nuestra antena dentro del experimento, esto se debe realizar empíricamente buscando maximizar la frecuencia de Rabi.

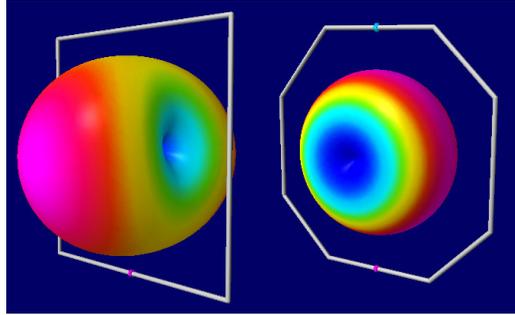


Figura 4.3: Patrones de radiación de las antenas de espira. Izquierda: Patrón de la antena de onda completa. Derecha: Patrón de una antena corta. El gradiente de color indica que la intensidad de la radiación es máxima en rojo y mínima en azul. (Imagen obtenida de [52]).

4.3. Circuito para el acoplamiento de impedancia

Un factor crucial que se debe considerar al construir circuitos de radiofrecuencia es el acoplamiento de impedancias. Recordemos que la impedancia es el cociente entre un voltaje sinusoidal y una corriente alterna (en representación compleja) que fluyen a través de un componente así pues, podemos pensar en la impedancia como la generalización de la resistencia eléctrica para circuitos AC [49]. En general, la impedancia de los componentes depende de la frecuencia de la corriente alterna utilizada, así que necesitamos medirla para ambos rangos de frecuencia (o bandas). En nuestro caso las bandas requeridas son conocidas como de *muy alta frecuencia* (VHF por sus siglas en inglés) tanto a 76 como a 83 MHz.

Ya que una antena de espira es esencialmente una bobina, su impedancia eléctrica es casi completamente inductiva, con una reactancia (parte imaginaria de la impedancia) mucho mayor que su resistencia. Para acoplar una de estas antenas a un generador de frecuencias es necesario cancelar la reactancia inductiva con capacitancias en paralelo, cuyo valor depende de la frecuencia que se desee emitir. Al utilizar capacitores variables podemos controlar finamente este parámetro realizando lo que se conoce como *sintonización* de antenas.

Una limitación de nuestro sistema es que el circuito de acoplamiento no puede estar inmediatamente a la salida de la antena.³ Esto nos obliga a colocar el circuito a la salida del amplificador lo cuál tiene la desventaja de que el sistema completo a acoplar ya no es únicamente la antena sino que consiste de la antena y los cables entre la antena y el amplificador. Esto provoca que la impedancia dependa de la longitud de los cables utilizados.

El criterio para maximizar la potencia transferida a una antena es que el valor de su impedancia sea igual al complejo conjugado de la impedancia del transmisor, por otro lado, si lo que buscamos es minimizar la reflexión de la señal al transmisor, la impedancia de la antena debe ser igual a la del transmisor [53]. En nuestro caso la impedancia es puramente reactiva (real) así que ambos criterios coinciden.

Es común utilizar la configuración de sección en L o de acoplamiento con 2 componentes pasivos ya que midiendo la impedancia de la antena podemos estimar analíticamente los valores que deben tener estos componentes. Este circuito está formado por un capacitor C en paralelo y un inductor L en serie con la antena, como se muestra en la figura 4.4 .

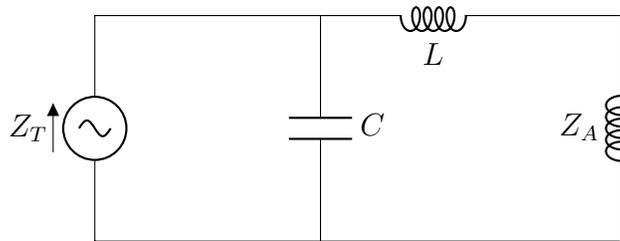


Figura 4.4: Esquema del circuito para el acoplamiento de impedancias (sección en L).

Se puede demostrar [53] que, si el transmisor tiene una impedancia $Z_T = R_T + iX_T$ y a su vez la antena tiene una impedancia $Z_A = R_A + iX_A$ entonces los valores de L y C están dados por

$$C = \frac{B_C}{2\pi f}, \quad L = \frac{X_L}{2\pi f}, \quad (4.1)$$

donde B_C y X_L son conocidas como susceptancia capacitiva y reactancia inductiva y f es la frecuencia de la señal.

³Para no obstruir el haz de MOT z y para tener acceso a los capacitores variables que se sintonizan rotando un tornillo que tienen en la tapa superior.

$$B_C = \frac{X_T \pm \sqrt{\frac{R_T}{R_A}(R_T^2 + X_T^2) - R_T^2}}{R_T^2 + X_T^2}, \quad X_L = \frac{1}{B_C} - \frac{R_A(1 - B_C X_T)}{B_C R_T} - X_A. \quad (4.2)$$

Las ecuaciones (4.1) pueden tener soluciones negativas, esto implica que, para esa frecuencia en particular, la inductancia está actuando de manera efectiva como capacitancia o viceversa. En ese caso la relación entre ambas está dada por

$$C = -\frac{1}{(2\pi f)^2 L}. \quad (4.3)$$

Ya que nosotros deseamos acoplar la antena utilizando únicamente capacitores, buscamos soluciones tales que $L < 0$. En nuestro sistema tanto la impedancia del amplificador como la del generador son de $Z_T = (50 + i0)\Omega$ así que debemos conseguir ese valor con el circuito de acoplamiento. De acuerdo con nuestras medidas la impedancia del sistema antena-cable dentro del experimento a $f = 76$ MHz es de aproximadamente $Z_A = (22 + 102i)\Omega$, sustituyendo estos valores en (4.1)-(4.3) obtenemos las soluciones $C_1 = 27.13$ pF y $C_2 = 47.25$ pF.

No obstante, si bien con esto obtenemos una primera aproximación, es necesario realizar un ajuste fino de los valores de las capacitancias, para lo cuál utilizamos capacitores variables en el circuito, como se observa en la figura 4.5. El rango de estos capacitores (modelo GZC12100, marca Sprague-Goodman) va de 9 a 120 pF y fue elegido de acuerdo con los valores predichos para las capacitancias. Para la emisión de 76 MHz se utiliza un circuito de 4 capacitores⁴ mientras que para 83 MHz se utiliza el circuito de 2 capacitores.



Figura 4.5: Circuito de acoplamiento de impedancias (sección en L). Izquierda: Esquemático. Derecha: Circuito construido.

⁴Cuyo funcionamiento es idéntico al descrito anteriormente, sólo que los capacitores adicionales aumentan el rango de sintonización.

4.4. Interruptor de respuesta rápida

Para emitir señales con la antena es necesario integrarla en el sistema de control del experimento. Para ello contamos con dos métodos complementarios: Utilizar el mecanismo de disparo (trigger) del generador de frecuencia y emplear un atenuador controlado con voltaje a la salida del generador. Aunque el trigger del generador tiene una respuesta de encendido de 2.9 ns, una vez iniciado el pulso o barrido éste no se apaga con una segunda activación. En consecuencia, utilizamos el atenuador antes mencionado como un switch para apagar la señal de manera efectiva.

Aunque la respuesta del atenuador de voltaje es del orden de nanosegundos este componente está limitado por el tiempo de respuesta del sistema de control que es de 1 μ s. Considerando dicho tiempo, el interruptor permite generar pulsos con una duración mayor o igual a 1 μ s y sincronizarlos íntegramente con cualquier rutina, también con precisión de 1 μ s.

4.5. Caracterización de la antena

Durante el desarrollo de esta tesis se probaron diseños con 1, 5 y 10 espiras utilizando circuitos de 2 y 4 capacitores variables para maximizar el rango de sintonización. Tras extensas pruebas se determinó que el diseño más efectivo es una antena de 5 espiras hecha de alambre de cobre calibre 18 ($\varnothing=1$ mm) enrollado en un círculo de 6 cm de diámetro. El cobre está soldado cuidadosamente por el lado corto de una base rectangular impresa en una placa para PCB, esta base cuenta con una abertura interior (también rectangular) en donde está soldado un conector SMA. Esta abertura permite introducir un cable SMA de 2 m con el cuál se conecta la antena al circuito de acoplamiento. Asimismo, la base tiene un orificio circular en el extremo inferior a través del cuál se atornilla a un poste, lo que permite colocar la antena en su posición cerca de la ventana inferior de la cámara de ciencia utilizando un arreglo de postes y una base (veáse la figura).

4.5.1. Acoplamiento y medidas

A continuación se presenta la técnica para acoplar la antena y una serie de medidas con las cuales diagnosticamos que está sintonizada correctamente.

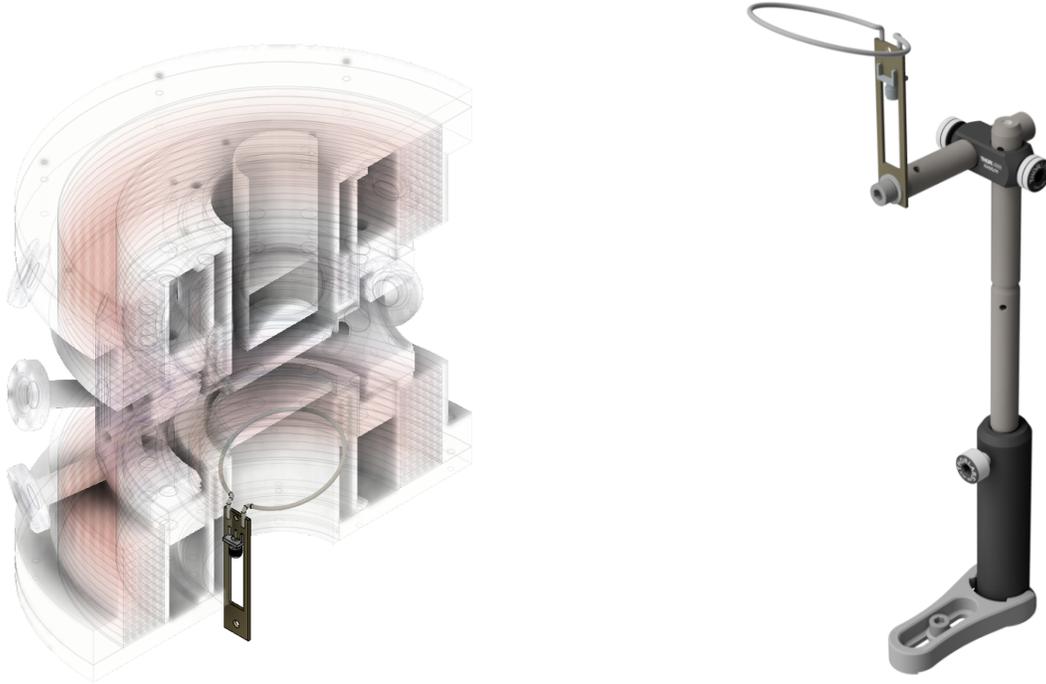


Figura 4.6: Izquierda: Posición de la antena dentro de la cámara de ciencia, se observa la base rectangular impresa en la placa para PCB con el acoplador SMA. Derecha: Sistema de postes para fijar la antena en el experimento. (Figura cortesía de Carlos Gardea).

Acoplamiento

El acoplamiento de la antena depende fuertemente de la geometría, así que la sintonización se debe hacer *in situ*, es decir, con la antena en su posición dentro del experimento, para ello se realiza el siguiente procedimiento:

1. Conectar el cable a la antena.
2. Fijar la antena dentro del experimento.
3. Conectar la antena al analizador de redes (Marca Rohde y Schwarz, Modelo ZVL Network Analyzer).
4. Prender el analizador de redes y configurar para ver la parte real de la impedancia del parámetro S_{11} ⁵ en el canal 1 y la parte imaginaria en el canal 2.

⁵La matriz de dispersión S_{ij} (*Scattering Matrix*) describe las relaciones entrada-salida entre 2 puertos de un sistema eléctrico. El parámetro S_{11} representa cuánta potencia es reflejada por la antena y por tanto se le conoce como el coeficiente de reflexión.

5. Centrar el analizador en la frecuencia deseada y dejar un span de entre 20 y 30 MHz.
6. Utilizando la herramienta adecuada (un desatornillador especial para los capacitores), sintonizar los capacitores variables mientras se observa la señal en pantalla hasta conseguir un acoplamiento lo más cercano posible a $50+0i \Omega$.

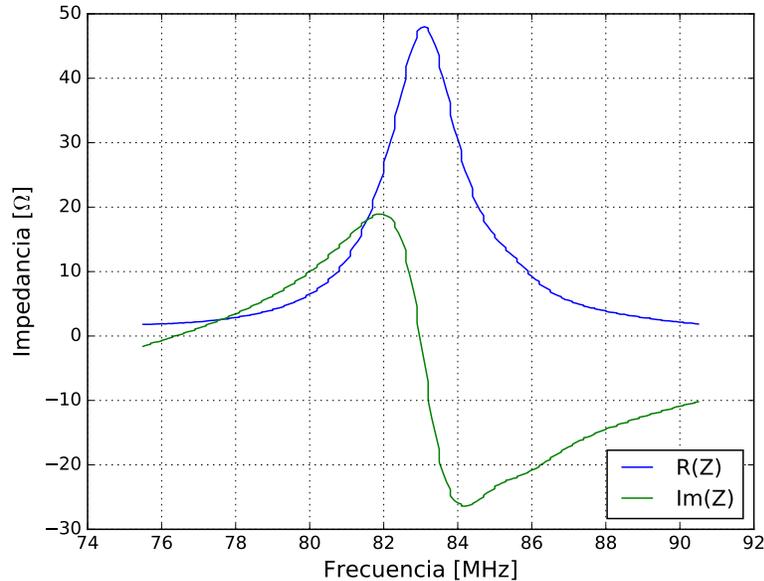


Figura 4.7: Perfil de impedancias para una antena correctamente acoplada, nótese la impedancia de $\sim 50+0i \Omega$ se alcanza en 83 MHz. La línea azul corresponde a la parte real de Z mientras que la verde a la imaginaria.

En general se observó que el acoplamiento de la antena únicamente es estable cuando se obtiene un perfil con la forma mostrada en la figura 4.7. Aunque se pueden conseguir los mismos valores de impedancia con otros perfiles éstas configuraciones son sensibles a perturbaciones (como mover el cable o acercar un conductor/plano de tierra a la antena).

Reflectometría

Para corroborar que el acoplamiento es el correcto se realizó una prueba llamada reflectometría [54]. Esta consiste en mandar una señal de prueba en las frecuencias de interés y medir la potencia de la señal reflejada por la antena, con esto podemos determinar el ancho de banda en el cuál la antena emite satisfactoriamente i.e. la región en la cuál la potencia reflejada por la antena es mínima. Para realizarla, se

conecta un acoplador direccional (30-17-5-S+, Minicircuits) entre el circuito de acoplamiento y la antena y la señal reflejada se mide con el analizador de redes en modo de analizador de frecuencias. Dadas las características del acoplador direccional, esta prueba se realiza a potencias del orden de nW suponiendo que el comportamiento, al menos cualitativamente, es el mismo para altas potencias.

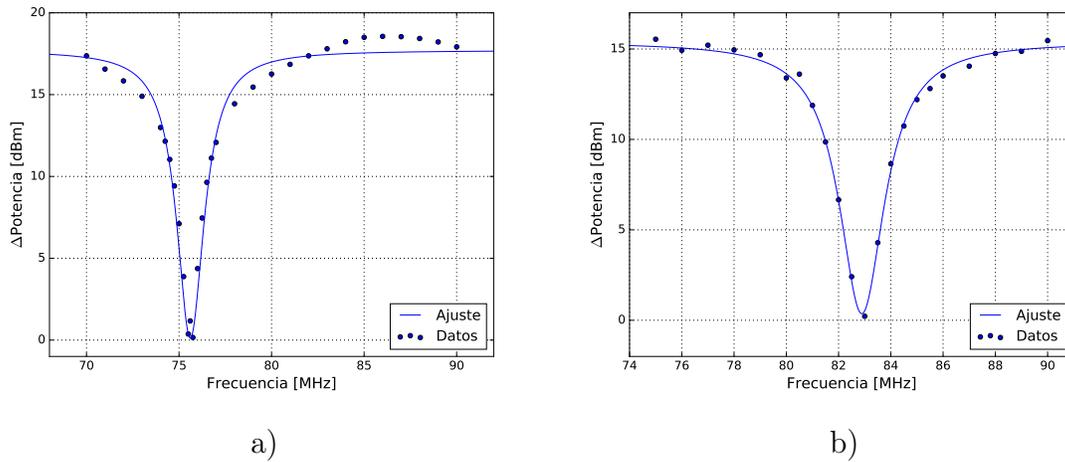


Figura 4.8: Resultados de la prueba de reflectometría para ambas transiciones que demuestran la correcta sintonización de la antena. La incertidumbre no es apreciable en esta escala.

Como puede verse en la figura 4.8a, la reflexión se minimiza alrededor de 76 MHz, ajustando una Lorentziana de la forma $2(a/\pi)(w/(4(x - x_c)^2 + w^2)) + b$ se obtiene que la antena está sintonizada en 75.61 ± 0.03 MHz y que la anchura a media altura es de 1.81 ± 0.09 MHz lo cuál demuestra que podemos emitir en el rango deseado. Análogamente en la figura 4.8b la reflexión se minimiza muy cerca de 83 MHz. El ajuste arroja 82.89 ± 0.02 MHz y una anchura a media altura de 2.11 ± 0.03 MHz.

Potencia

En este caso estamos interesados únicamente en conocer el comportamiento cualitativo de la potencia de la antena ya que, como se mencionó anteriormente, el campo cercano de una antena de espira corta presenta gran variabilidad y pueden existir mínimos/máximos locales.

Así pues se midió la potencia en función de la distancia sobre el eje de la antena. Es importante mencionar que la antena se colocó en una posición diagonal cerca de 45° , como indica [51], buscando maximizar el campo en los átomos así que las medidas en el eje corresponden a la potencia relativa medida por una antena receptora (también

sintonizada a 76 MHz) que desplazamos verticalmente sobre el eje de la antena emisora con ayuda de una mesa elevadora. Por obvias razones esta medida se realizó fuera del experimento.

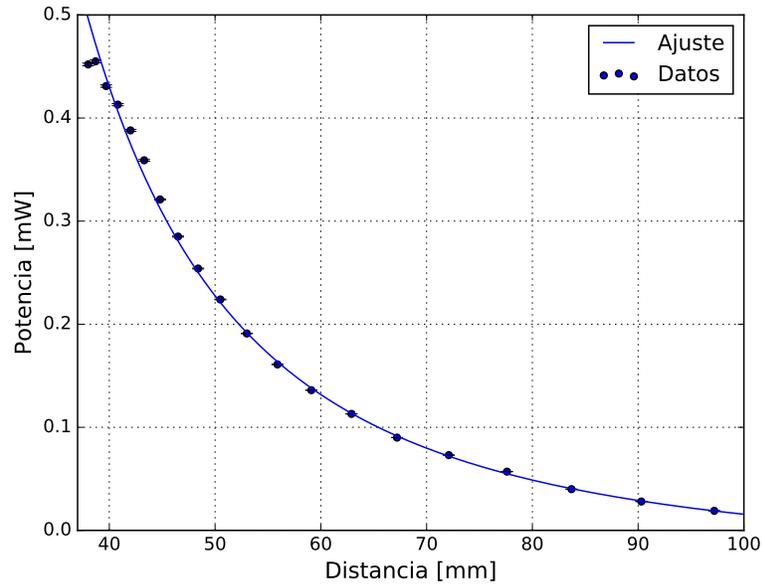


Figura 4.9: Potencia en el eje de la antena en función de la distancia alrededor de la transición $|1\rangle - |2\rangle$. Los parámetros del ajuste se encuentran en el texto. La incertidumbre apenas es apreciable en esta escala.

Como se observa en el gráfico 4.9, la potencia de la antena disminuye de manera estrictamente decreciente salvo por el segundo punto, que es apenas más intenso que el primero. Sobre estos datos se ajustó una curva de la forma $Ax^{-3}+Bx^{-2}+C$ obteniéndose los siguientes parámetros: $A= 1.831 \times 10^4 \pm 1.53 \times 10^3$, $B= 2.792 \times 10^2 \pm 3.24 \times 10^1$ y $C= -3.06 \times 10^{-2} \pm 1.9 \times 10^{-3}$. Si bien los valores de la potencia son relativos al acoplamiento de la antena receptora, la máxima potencia medida fue de 0.455 ± 0.001 mW lo que corresponde alrededor de 1.42 % de la potencia de entrada, aunque este valor es aparentemente bajo, es señal de que el acoplamiento es correcto pues en antenas de este tipo se esperan eficiencias del orden de 1 % [50].

De acuerdo con estas pruebas estamos en condiciones de utilizar la antena en el experimento de manera que los átomos nos den una demostración contundente de que la antena funciona correctamente.

Capítulo 5

Realización experimental

"Y así, habiendo esperado con paciencia, obtuvo la promesa."

-Hebreos 6:15

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos con la antena. Se incluyen las observaciones experimentales de transiciones tipo Landau-Zener y Rabi además del análisis mediante espectroscopía de radiofrecuencia de la muestra. Estas medidas prueban que el sistema de la antena permite producir cualquier combinación de poblaciones deseada en el experimento.

5.1. Transiciones de radiofrecuencia

Si buscamos observar transiciones hiperfinas son necesarias dos cosas: realizar imagen de ambos estados en cada corrida del experimento (para determinar correctamente la relación entre las poblaciones) e iniciar con una muestra polarizada de spin i.e. con una muestra cuya población esté completamente en el estado $|1\rangle$ o $|2\rangle$.

Para lograr lo primero utilizamos la función FKS de la cámara Andor que nos permite producir, en cada corrida del experimento, dos imágenes de absorción suficientemente próximas entre sí (véase la sección 2.4 para más detalles). En pocas palabras, lo que uno obtiene en la interfaz del experimento son 2 imágenes donde la izquierda

corresponde a la imagen de absorción de $|1\rangle$ e idénticamente¹ la derecha corresponde a $|2\rangle$ (véase la figura 5.1).

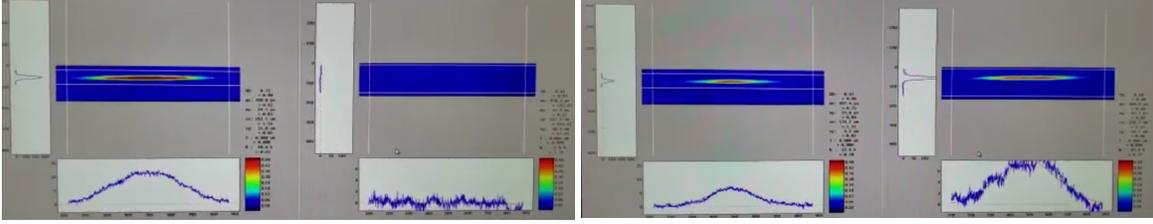


Figura 5.1: Capturas de pantalla del programa de control donde se observan las imágenes obtenidas mediante FKS. A la izquierda se muestra el caso con la antena apagada y a la derecha, con la antena prendida. Nótese que todos los átomos se encuentran inicialmente en $|1\rangle$ pero al encender la antena gran parte de los átomos han sido transferidos a $|2\rangle$.

Para lo segundo es necesario implementar lo que se conoce como *blast*. La muestra inicial tras la rampa de campo magnético consiste en una mezcla aproximadamente 55%-45% de los estados $|1\rangle$ y $|2\rangle$, de manera que si queremos *polarizar* el spin del gas es necesario remover los átomos de uno de los dos estados de la muestra. El blast consiste en mandar un pulso de luz con la frecuencia de imagen del estado a eliminar, lo que calienta a los átomos en dicho estado, expulsándolos de la trampa.

Para producir el blast el primer paso es encontrar con precisión las frecuencias de imagen de ambos estados, razón por la cuál realizamos una medida del número de átomos N en función de la frecuencia de imagen, el perfil obtenido tiene la forma de una curva lorentziana. A su vez, la diferencia entre las frecuencias de las dos imágenes (los máximos de las lorentzianas) nos dan un primer estimado de la frecuencia de transición que debemos emitir con la antena.

Los parámetros del blast se optimizan empíricamente buscando la mínima potencia necesaria para remover todos los átomos de un estado afectando lo menos posible al otro. Desde luego, siempre se pierde una fracción de la muestra del otro estado al colisionar con los átomos expulsados (recordemos que, a pesar de ser fermiones, poseen spin distinto de manera que no aplica el principio de Pauli en grados de libertad espaciales).

Para encontrar la frecuencia de transición lo más recomendable es hacer un barrido de frecuencias alrededor de la frecuencia estimada utilizando la máxima potencia posible y un span/rango inicial de alrededor de 20-30 kHz. Una vez observada la

¹O viceversa, dependiendo de la rutina de imagen usada.

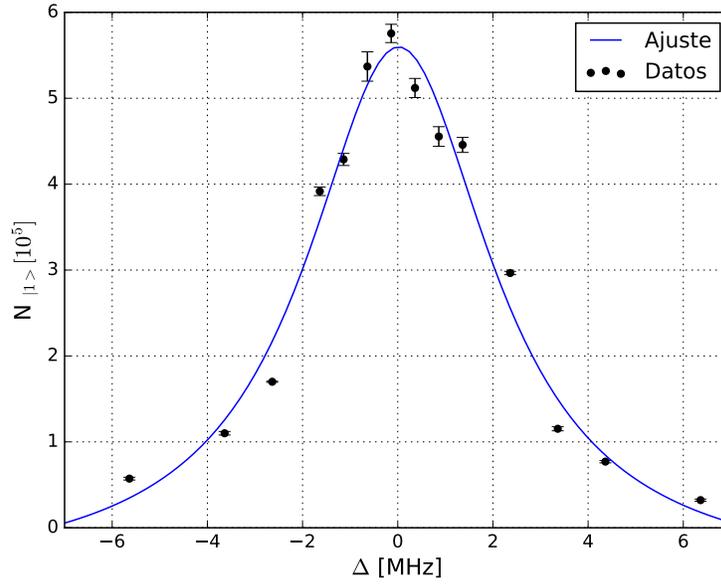


Figura 5.2: Lorentziana de la imagen de $|1\rangle$. La frecuencia de imagen fue ajustada de tal manera que el máximo se encuentra en $\Delta = 0$. Las barras de error corresponden a una desviación estándar calculada a partir de varias medidas independientes.

transición entre las poblaciones, se reduce el span y se repite la medida, buscando que la transición ocurra de nuevo. Tras unas pocas iteraciones de este método es posible encontrar una frecuencia única² en la que los átomos se transfieren.

El 5 de noviembre de 2019 a las 9:10 p.m., tras casi dos meses de prueba y error, observamos por primera vez una transición utilizando el método antes descrito con los parámetros indicados en la tabla 5.1.

Potencia de entrada	19 dBm
Span	20 kHz
Duración	500 ms
Frecuencia de transición	76.340810 MHz
Campo magnético (control)	900 G
Campo magnético (Breit-Rabi)	887.10 G

Tabla 5.1: Parámetros utilizados para la primera observación de la transición $|1\rangle$ - $|2\rangle$ en el experimento.

Como se puede ver existe una ligera discrepancia (~ 3 G) entre el campo indicado por el sistema de control y el calculado mediante la inversa de la fórmula de Breit-

²Con una precisión de fracciones de kilohertz.

Rabi. Ya se mencionó que las transiciones hiperfinas son una técnica mucho más precisa para determinar el campo magnético en el experimento, en consecuencia, con esto se demuestra que la antena permite realizar una nueva calibración del campo de Feshbach que no está limitada por la precisión de una sonda de efecto Hall.

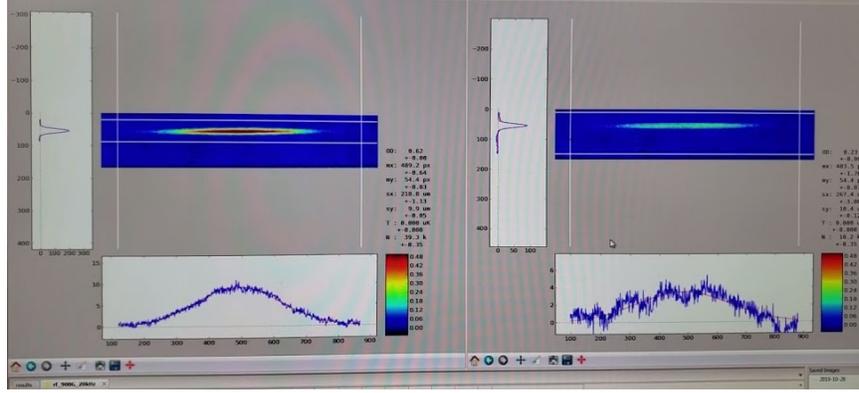


Figura 5.3: Captura de pantalla de la primera transición cuántica entre estados hiperfinos observada en el LMU.

De igual forma, la primera transición entre $|2\rangle$ y $|3\rangle$ se observó el 19 de noviembre de 2019 (véanse los parámetros asociados en la tabla 5.2). La ventaja de esta transición es que tenemos la certeza de que el estado $|3\rangle$ se encuentra inicialmente desocupado, de manera que no es necesario realizar el blast descrito anteriormente. Esto se traduce en un mayor número inicial de átomos disponibles para transferir.

La desventaja de esta transición es que, para varios valores de campo magnético, la frecuencia de imagen del estado $|3\rangle$ está por arriba del rango que se puede producir con el sistema de imagen, de forma que no podemos analizarla en cualquier régimen deseado sin modificar el esquema óptico de dicho sistema (para más detalles consultar la tesis de Diego Hernández [35]). Dado que en nuestro laboratorio se trabaja principalmente con los primeros dos estados hiperfinos, el resto de las medidas que se presentan en esta tesis corresponden a la transición $|1\rangle - |2\rangle$.

5.2. Transiciones de Landau-Zener

Las transiciones de Landau-Zener son un método confiable para transferir por completo una población de un estado a otro, asimismo, nos permiten calcular indirectamente la frecuencia de Rabi a partir de la ecuación 3.44 que recordemos es de la forma $\exp\left(-\pi\Omega^2/2\dot{\Omega}\right)$. A continuación se presenta el estudio realizado explorando los parámetros involucrados en la transición.

Potencia de entrada	16 dBm
Span	3 kHz
Duración	500 ms
Frecuencia de transición	81.678000 MHz
Campo magnético (control)	834 G
Campo magnético (Breit-Rabi)	838.52 G

Tabla 5.2: Parámetros utilizados para la primera observación de la transición $|2\rangle$ - $|3\rangle$ en el experimento .

5.2.1. Dependencia temporal

La primer medida realizada bajo este esquema es la llamada dependencia temporal. Consiste en enviar un barrido de frecuencias de ancho fijo (en este caso 5 kHz) pero con duración Δt variable y evaluar el número de átomos en cada estado en función de la duración, lo que equivale a cambiar la velocidad de barrido $\dot{\Omega} = d\Omega/dt \approx \Delta\Omega/\Delta t$ en (3.44). La imagen se realiza a un tiempo fijo una vez completado el barrido de RF.

Para hacer esta medida se preparó un gas polarizado de spin inicialmente en $|1\rangle$ a 890 G, encontrándose una frecuencia central de transición de 76.349 MHz (que corresponde a $B = 889.62$ G en el régimen BCS). Se realizaron entonces varias iteraciones cambiando el Δt en un intervalo entre 1 y 50 ms. Como se ve en la figura 5.4 la ocupación de $|1\rangle$ tiene un comportamiento exponencial decreciente, lo que coincide notoriamente bien con lo esperado. De acuerdo con el ajuste se calculó una frecuencia de Rabi de $\Omega = 2\pi(509.302 \pm 17.448)$ Hz. Además, el tiempo característico de la transición (i.e. el tiempo para que la población transferida sea $1 - 1/e^2 = 86.47\%$ del total) es 24.54 ms. Esto nos da una noción de los tiempos que debemos explorar en los siguientes experimentos.

5.2.2. Evolución temporal

Esta medida, al contrario de la dependencia temporal, consiste en hacer la imagen de la muestra *durante* el barrido de RF para observar la transición conforme va ocurriendo. La medida se hizo con un gas polarizado inicialmente en $|1\rangle$ a una frecuencia central de transición de 76.354 MHz (que corresponde a $B = 897.64$ G) y para un barrido con un span fijo de 5 kHz y 300 ms de duración.

Como se puede ver en la figura 5.5 la población se mantiene constante los primeros 120 ms y a continuación se transfiere de manera abrupta, tal que 30 ms después la mayoría de los átomos se encuentran en el otro estado. Las oscilaciones que se observan después

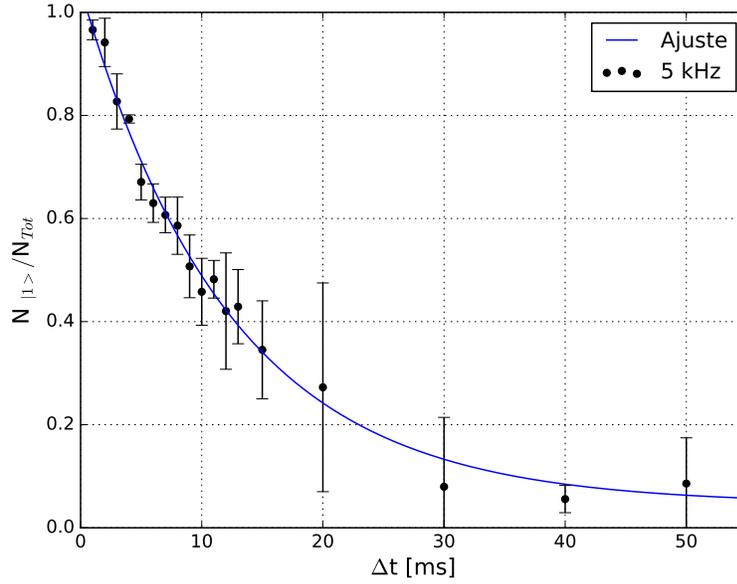


Figura 5.4: Dependencia temporal de una transición tipo Landau-Zener. $\Delta\omega=5$ kHz. Las barras de error corresponden a una desviación estándar calculada a partir de varias medidas independientes.

de ese punto coinciden cualitativamente con la integración numérica del Hamiltoniano de 2 niveles como se plantea en [55] si bien existe una variación importante entre cada iteración una vez que se realizó la transición. Esto podría deberse a la dificultad del programa de control para realizar un buen ajuste y calcular N cuando hay pocos átomos en la imagen o podría indicar una variación en el campo de Feshbach que, a su vez, produce un cambio en la frecuencia de Rabi. Esto último, como se verá en los siguientes experimentos, fue una complicación recurrente. No obstante dada la estabilidad en los puntos anteriores a la transición, es menos factible que haya ocurrido aquí.

5.2.3. Dependencia del intervalo de frecuencia

La siguiente medida consiste en evaluar la probabilidad de la transición en función del intervalo de frecuencias (o *span*) utilizado. En este caso la medida se realizó con un gas polarizado inicialmente en $|1\rangle$, utilizando un barrido de 100 ms centrado a una frecuencia de transición de 76.344 MHz (que corresponde a $B = 889.63$ G), la medida se realizó del valor de span más grande al más chico.

Como se puede ver en la figura 5.6 la transición ocurre de manera relativamente

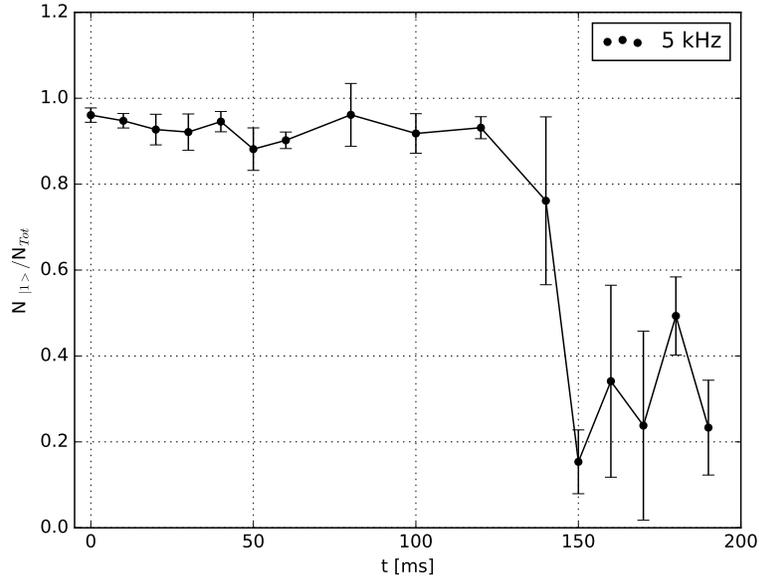


Figura 5.5: Evolución temporal de una transición tipo Landau-Zener. $\Delta\omega = 5$ kHz. Las barras de error corresponden a una desviación estándar calculada a partir de varias medidas independientes.

constante (70-80%) para valores de span grandes, es decir entre $\Delta\Omega = 15$ kHz y 20 kHz. Tras reducirlo a 14 kHz la población transferida cae abruptamente y, para valores más pequeños de span, la transición deja de ocurrir por completo lo que justifica la técnica que utilizamos anteriormente para encontrar la frecuencia de transición. De este comportamiento se sigue que, mientras el span contenga a la frecuencia de transición, ésta ocurrirá. A su vez, el comportamiento a partir del span $\Delta\Omega \geq 13$ es consistente con la ecuación (3.44) ya que presenta una tendencia $\propto e^{-1/\Delta\Omega}$.

5.2.4. Dependencia de la potencia

Recordemos que la frecuencia de Rabi es proporcional a la potencia i.e. $\Omega \propto |B|^2$ de acuerdo con la ecuación (3.30) y a su vez la fórmula de Landau-Zener depende del cuadrado de la frecuencia de Rabi i.e. $\propto \exp(\Omega^2)$ de acuerdo con (3.44). Es de esperarse que la transición ocurra más rápidamente utilizando más potencia en la entrada del amplificador, lo que es deseable considerando que el tiempo de vida de la muestra cuántica es finito. Lamentablemente, el amplificador está limitado a una potencia de entrada de 20 dBm por lo cuál este es el máximo valor que se puede

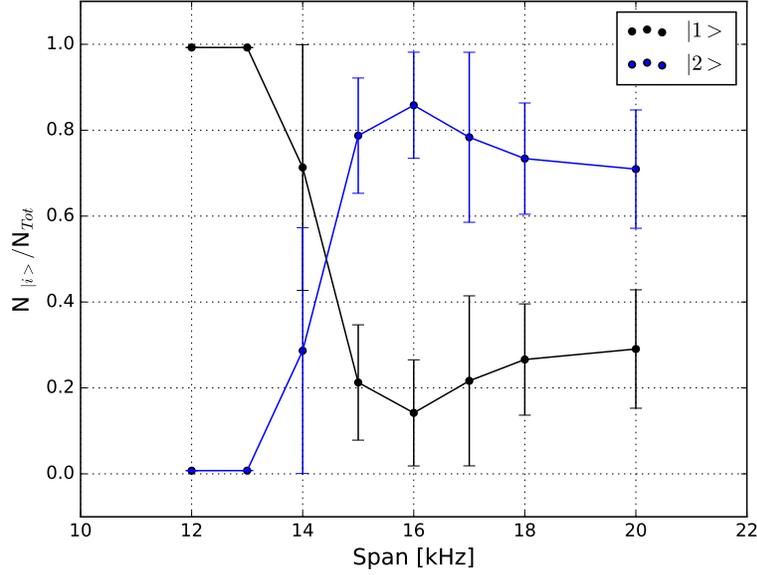


Figura 5.6: Población normalizada de ambos estados ($|1\rangle$ en negro y $|2\rangle$ en azul) en función del span utilizado. Las barras de error corresponden a una desviación estándar calculada a partir de varias medidas independientes. Los valores de $N_{|2\rangle}$ son calculados a partir de $N_{Tot} - N_{|1\rangle}$.

utilizar³. Así pues, nos interesa producir transiciones con la mayor frecuencia de Rabi posible, de manera que es necesario estudiar la transición en función de la potencia.

En este caso la medida se realizó con un gas polarizado inicialmente en $|1\rangle$, utilizando un barrido de 500 ms y un span de 17 kHz centrado a una frecuencia de transición de 76.353 MHz (que corresponde a $B = 896.830$ G). El experimento se hizo empezando con la mayor potencia posible y disminuyéndola paulatinamente. De nuevo, el comportamiento de la ocupación de $|1\rangle$ es consistente con la ecuación (3.44) ya que presenta una tendencia $\propto e^{-P^2}$ donde la potencia está expresada en W.

A primera vista, estos resultados no son muy alentadores ya que revelan una transición de apenas 65% usando el máximo de potencia disponible. No obstante, en otras medidas se logró una transferencia mayor al 90% (como se puede ver en la figura 5.4, por ejemplo). Concluimos entonces que en este caso la baja transferencia es producto de la desintonía que altera drásticamente la probabilidad de la transición.⁴

Así pues, consideramos los resultados de esta medida de forma puramente cualitativa

³Este punto es fundamental. El amplificador se quema si se utilizan potencias más altas (como aprendimos de mala manera).

⁴Por cuestiones de tiempo no ha sido posible reproducir la medida con menor desintonía.

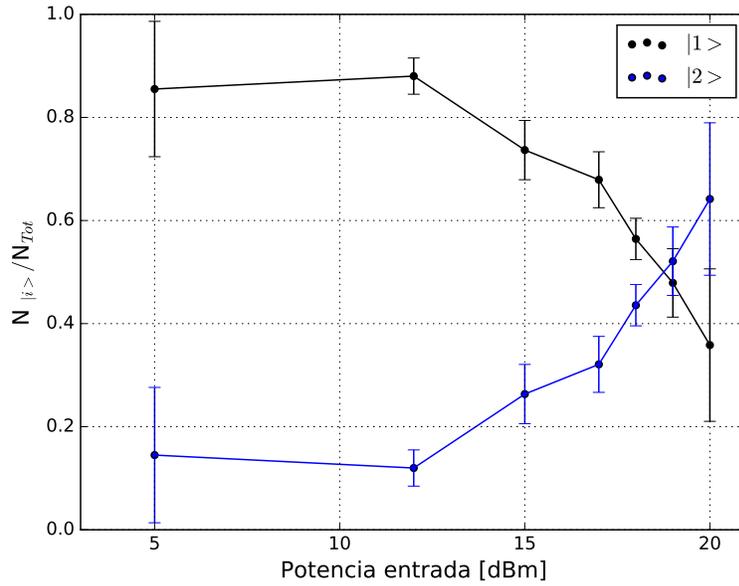


Figura 5.7: Población normalizada de ambos estados ($|1\rangle$ en negro y $|2\rangle$ en azul) en función de la potencia utilizada. Las barras de error corresponden a una desviación estándar calculada a partir de varias mediciones independientes. Los valores de $N_{|2\rangle}$ son calculados a partir de $N_{Tot} - N_{|1\rangle}$.

corroborando que es necesario utilizar siempre el máximo de potencia disponible. En general esto no será un problema ya que el tiempo que la antena permanece prendida suele ser menor a 1 segundo. No obstante, debemos tener en mente que, si en algún momento se desea utilizar pulsos más largos (o equivalentemente, una gran cantidad de pulsos cortos consecutivos) entonces el calentamiento del sistema ya no será despreciable, como se reporta en [51].

5.3. Espectroscopía de RF

La espectroscopía de radiofrecuencia es una técnica muy versátil y extremadamente precisa. En particular, esta es una de las técnicas que permite determinar la frecuencia de transición en los relojes atómicos que, a la fecha, son el *estándar de oro* del cuál depende la definición misma del segundo.

Asimismo, esta técnica permite medir la energía de ligadura a lo largo del cruce BEC-BCS como hicieron por primera vez Chin y colaboradores [1]. En su artículo ellos muestran que la forma del espectro obtenido depende fuertemente de la temperatura de la muestra, como consecuencia de la energía de ligadura del par (véase la figura

5.8).

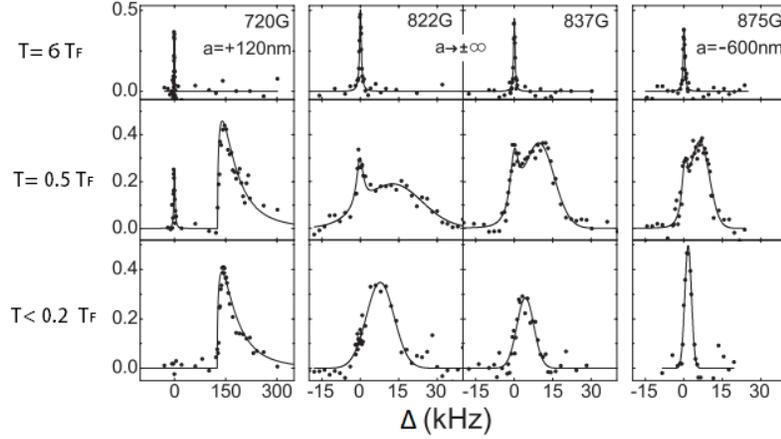


Figura 5.8: Espectros de RF a lo largo del cruce BEC-BCS y temperaturas que ejemplifican la aparición del pico atómico y molecular. Imagen tomada de [1].

Cuando $0.3 < T/T_F < 1$ se obtiene un espectro característico de 2 picos (uno correspondiente a la transición átomo-átomo y otro a la transición molécula-átomo, que se produce por la diferencia de energía requerida para romper la molécula). De esta manera es posible determinar la energía de ligadura molecular a través de la diferencia de frecuencias entre los picos. Por otro lado cuando $T/T_F > 1$ el pico molecular es mínimo, ya que la energía de los átomos es mayor a la energía de ligadura y el pico en el espectro corresponde únicamente a la energía transición átomo-átomo. Así pues, es necesario tener en cuenta la temperatura de la muestra antes de realizar una medida de este tipo para obtener resultados consistentes.

De manera práctica el procedimiento para hacer la espectroscopía consiste simplemente en evaluar la población en un estado función de la frecuencia de pulso bajo el esquema de Rabi (es decir, enviando un pulso monocromático). En el caso del sistema de 2 niveles la ecuación (3.30) predice un comportamiento de $\text{sinc}^2(\Delta)$ muy cerca de la frecuencia de transición. Más aún, el ancho a altura media del pico central (FWHM, por sus siglas en inglés) es directamente proporcional a la estabilidad del campo magnético de las bobinas de Feshbach [56].

Para realizar espectroscopía de RF producimos una muestra polarizada mediante un blast. A continuación se envía el pulso de RF (que nuestro sistema limita a una

precisión de 1 Hz) y la población en cada estado se evalúa en función de la frecuencia del pulso. En general resulta más preciso analizar la disminución de átomos en un estado originalmente lleno que la aparición de átomos en un estado vacío [57] así que se analiza únicamente la ocupación del estado inicial. En consecuencia, el espectro que se obtiene presenta un valle (y no un pico como en [1]) en la frecuencia de resonancia (véase la figura 5.9). Naturalmente, esto no altera la posición del pico ni su ancho.

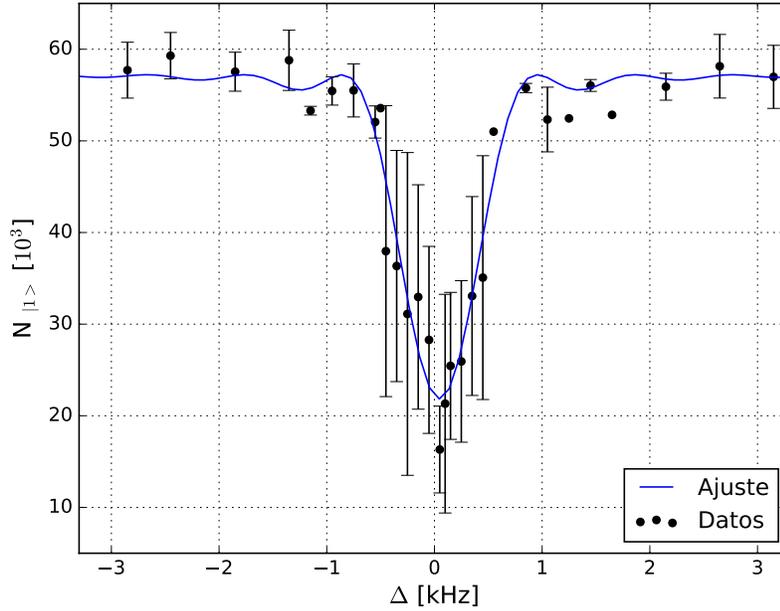


Figura 5.9: Población del estado $|1\rangle$ en función de la frecuencia del pulso. Se observa el perfil característico de una transición de 2 niveles. Las barras de error corresponden a una desviación estándar calculada a partir de varias medidas independientes.

En nuestro caso la medida se realizó con un pulso de 500 ms de duración y a un campo magnético (sistema de control) de 881 G en una muestra sin evaporar (para evitar los efectos del pico molecular antes mencionado). La frecuencia de transición encontrada a través del ajuste fue de $76.345400 \text{ MHz} \pm 400 \text{ Hz}$ lo que corresponde a un campo de 890.703 G.

El ajuste de la forma $a + b\text{sinc}^2(\omega\delta - \Delta)$ es consistente con la teoría, teniéndose una frecuencia $\omega = -1.104 \pm 0.004$ lo que corresponde a un FWHM de $802 \pm 3 \text{ Hz}$ esto implica que el campo magnético tiene una fluctuación máxima de 338 mG (de acuerdo con Breit-Rabi). El resto de los parámetros son: $a = 57.22 \pm 0.71$, $b = -35.382 \pm 3.190$ y $\Delta = -0.0529 \pm 0.0004$.

Como resulta evidente en la figura 5.9, la desviación estándar de los valores cerca de

la frecuencia de transición es muy grande, cosa que no coincide con lo observado por otros autores [43, 56]. El problema que nosotros encontramos al realizar la medida es que en algunas ocasiones se produce la transición y en otras no, lo que provoca la gran dispersión en nuestros datos.

Este efecto puede deberse a una inestabilidad de la bobina de Feshbach⁵ que produce que no todas las muestras estén en el mismo campo y, en consecuencia, cambia la frecuencia de la transición en cada iteración del experimento. Recordemos que bajo el esquema de Rabi la desintonía produce una caída en la fracción transferida además de alterar la frecuencia de la oscilación.

Comparando nuestro ajuste con lo obtenido por Amico, A. [56] en un experimento similar al del LMU vemos que el FWHM de nuestro pico es un orden de magnitud mayor. Buscando disminuir esta fluctuación se repitió la calibración del controlador PID que regula la corriente en la bobina de Feshbach. No obstante, por cuestiones de tiempo, no se ha tratado de repetir la espectroscopía todavía. Asimismo, hubiese sido deseable hacer una medición de la energía de ligadura. Esperamos poder hacer ambas cosas en el futuro cercano.

5.4. Oscilaciones de Rabi

Por otro lado, en el caso en que se varía la duración del pulso de RF la ecuación (3.30) predice un comportamiento sinusoidal en la ocupación de los estados en función del tiempo i.e. $\propto \sin^2[\Omega_R t/2]$. Para esta medida se preparó un gas polarizado de spin en $|1\rangle$ a 892 G de acuerdo con la calibración del sistema de control. A continuación se midió la ocupación del estado $|1\rangle$ en función del tiempo de pulso en un intervalo entre 26 y 47 ms.

En la figura 5.10 puede verse que la teoría coincide con lo observado, no obstante, la dispersión obtenida para algunos puntos es casi del 90%. Esto es particularmente notorio en los casos en que la mayoría de los átomos están en $|2\rangle$. De nuevo, consecuencia de la inestabilidad de la bobina de Feshbach. Es necesario mencionar que justamente durante esta medida la imagen se perdió pasados los 47 ms debido a un cambio drástico en la frecuencia de imagen, probablemente consecuencia a su vez de un cambio en el campo de Feshbach. Cuando se logró recuperar la imagen (a una nue-

⁵Esta inestabilidad se volvió muy evidente durante las primeras pruebas de la antena, quizá debido al ruido electromagnético que este nuevo sistema produce en la electrónica del experimento. Para minimizar este efecto se compraron *RF chokes* y se instalaron en los componentes más delicados.

va frecuencia) el experimento no volvió a las condiciones anteriores. Por esta razón se descartaron los datos posteriores y se interrumpió la medida, de forma que apenas se pudieron analizar poco menos de 3 ciclos. Si bien basta con uno para determinar la frecuencia, es obvio que mientras más ciclos se puedan medir, más precisión se tendrá.

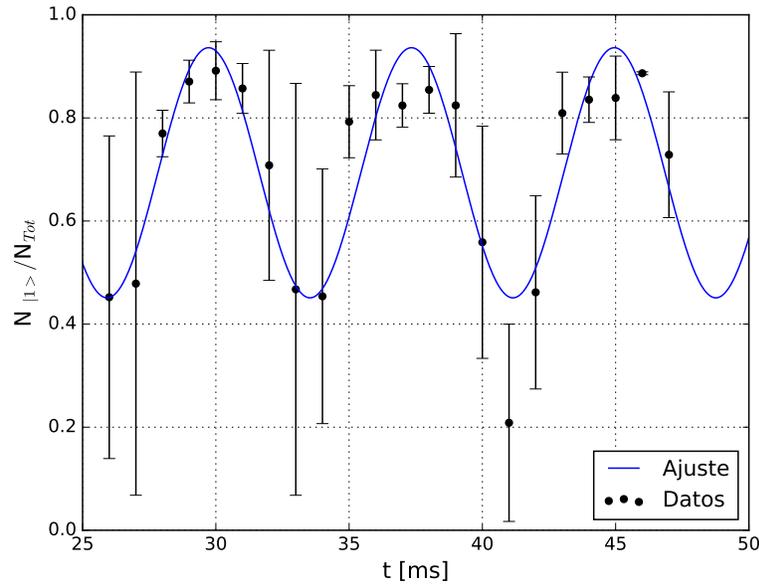


Figura 5.10: Población normalizada del estado $|1\rangle$ en función de la duración del pulso. Se observan casi tres oscilaciones entre los estados $|1\rangle$ y $|2\rangle$. Las barras de error corresponden a una desviación estándar calculada a partir de varias medidas independientes.

A partir del ajuste se obtuvo una frecuencia generalizada de Rabi $\Omega_R = 2\pi(131.35 \pm 0.03)$ Hz. Asimismo, ya que no se transfiere la totalidad de la población, debe existir una desintonía respecto a la frecuencia de transición. De acuerdo con 3.30 la desintonía es de aproximadamente $\Delta = 94.23$ Hz.

Finalmente, hasta donde sabemos, esta es la primera vez que se observa una oscilación de Rabi en átomos ultrafríos en México. Si bien es un logro modesto, debe considerarse el esfuerzo que hay detrás, no sólo por parte del autor con este pequeño proyecto sino de todo el grupo de investigación del LMU, cuyo trabajo permitió la construcción de un aparato de esta naturaleza por primera vez en la historia de nuestro país.

5.5. Rutina de mezcla

La antena permite producir mezclas de poblaciones a partir de las transiciones analizadas en las secciones previas. En particular, es de nuestro interés contar con la capacidad de producir mezclas 50/50 de los estados $|1\rangle$ y $|2\rangle$. Para ello necesitamos evaluar la distribución inicial de la población en el gas previo a la rampa de campo magnético.

Esto presenta una complicación que hemos ignorado hasta este momento, como ya se ha mencionado antes, la obtención de la imagen provoca que los átomos de ambas especies escapen, de esta manera, el número N_i con $i = 1, 2$ obtenido para cada especie depende del orden en el que se adquiere la imagen con la rutina de FKS. Esto implica que el desbalance inicial medido no es el mismo si se adquiere primero la imagen de $|1\rangle$ y luego de $|2\rangle$ o viceversa. En el resto de este trabajo llamaremos imagen 12 al primer caso e imagen 21 al segundo, por el orden de adquisición de cada estado.

Es consecuencia de lo anterior, tener una distribución inicial 50/50 en el experimento no implica que se obtenga la mitad de átomos en cada estado tras la segunda imagen sino que el desbalance medido se invierte al invertir el orden de imagen. En otras palabras, como suponemos que el blast de imagen del primer estado expulsa siempre (en promedio) la misma cantidad de átomos del otro estado, entonces el invertir el orden de la imagen en una muestra perfectamente balanceada sólo invierte el desbalance en la población restante.

Cuantitativamente la distribución inicial de la muestra está ligeramente desbalanceada, es decir, sin utilizar la antena se tiene que $N_{|1\rangle 12} = (65.73 \pm 6.06) \%$ mientras que $N_{|2\rangle 12} = (34.27 \pm 6.06) \%$. A su vez $N_{|1\rangle 21} = (43.00 \pm 5.27) \%$ y $N_{|2\rangle 21} = (57.00 \pm 5.27) \%$.

Nuestra rutina de mezcla 50/50 consiste en una serie de 811 barridos tipo Landau-Zener alrededor de la frecuencia central, con duración fija de 17 ms y espaciados entre sí por lapsos aleatorios⁶ de manera que una distribución homogénea sea el estado final más probable [51]. Como puede verse en la figura 5.11 la rutina produce el efecto deseado ya que $N_{|1\rangle 12} = (57.04 \pm 12.81) \%$ y $N_{|2\rangle 21} = (57.70 \pm 5.83) \%$ mientras que $N_{|1\rangle 21} = (42.30 \pm 5.83) \%$ y $N_{|2\rangle 12} = (42.95 \pm 12.81) \%$ invirtiéndose casi perfectamente el desbalance.

⁶Estos valores fueron determinados de manera completamente empírica. Aunque se probaron muchas rutinas diferentes, únicamente se incluyen los valores obtenidos con la rutina que dio los mejores resultados.

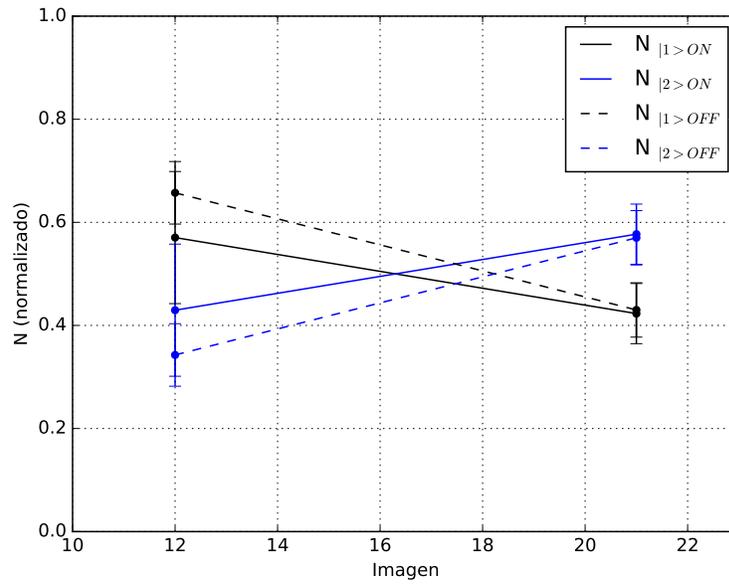


Figura 5.11: Población normalizada de ambos estados ($|1\rangle$ en negro y $|2\rangle$ en azul) en función del orden de imagen. Con líneas punteadas se indica el caso en que la antena está apagada y con líneas continuas cuando está prendida. Nótese que el cruce de las poblaciones cuando está prendida ocurre casi por la mitad, esto equivale a una inversión del desbalance. Las barras de error corresponden a una desviación estándar calculada a partir de varias medidas independientes.

Capítulo 6

Analizador de polarización

"New scientific truth does not triumph by convincing its opponents and making them see the light, but rather because its opponents eventually die, and a new generation grows up that is familiar with it."

M. Planck

En el experimento del LMU se utilizan fibras ópticas que requieren la utilización de luz láser con una polarización bien definida. De ahí se deriva la necesidad de construir un dispositivo capaz de caracterizar el estado de polarización de luz láser en tiempo real. Como parte de esta tesis, aunque de manera paralela al objetivo principal, se desarrolló un analizador de polarización cuya automatización se realiza por medio de una tarjeta de desarrollo *open-source* (marca Arduino). El analizador se caracteriza por no utilizar partes móviles y porque su base está construida mediante impresión 3D lo que disminuye su costo.

La luz es una onda electromagnética donde el campo eléctrico y el campo magnético oscilan en direcciones perpendiculares entre sí y también perpendiculares a la dirección de propagación de la misma. La dirección de oscilación del campo eléctrico define una propiedad que llamamos polarización. De manera general, la polarización de la luz puede ser descrita como una combinación lineal de dos estados de polarización lineal y una fase, a esto se le llama polarización elíptica. Finalmente, si la dirección del campo eléctrico fluctúa aleatoriamente en el tiempo decimos que la luz no está polarizada.

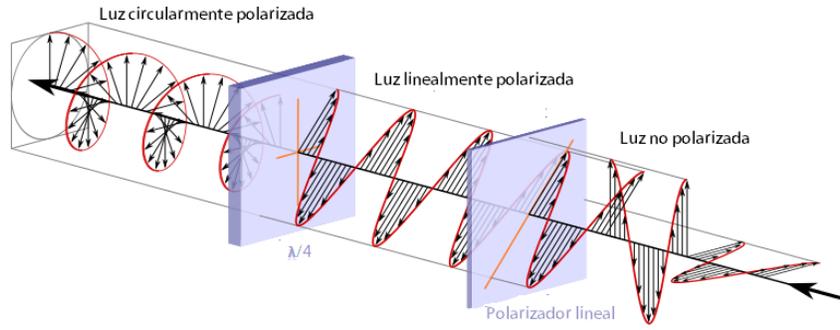


Figura 6.1: Representación del campo eléctrico para los 3 tipos de polarización. (Imagen obtenida de [58]).

6.1. El Formalismo de Stokes

Es conveniente representar el estado de polarización de la luz mediante el formalismo de Stokes [59]. Para ello definimos el vector de Stokes \hat{S} (normalizado por conveniencia)

$$S_0 = I, \quad \hat{S} = \frac{1}{P} \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix}, \quad P = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}, \quad (6.1)$$

de tal modo que S_0 representa la intensidad total, S_1 la componente de polarización en el eje horizontal, S_2 la diagonal y S_3 la circular mientras que a P se le conoce como grado de polarización (DOP). Así pues, a través de una combinación lineal de los parámetros de Stokes cualquier estado de polarización queda bien definido.

De manera gráfica podemos representar el vector de Stokes en la superficie de la esfera unitaria de Poincaré, donde las componentes S_1 , S_2 y S_3 corresponden a las coordenadas cartesianas x , y y z respectivamente.

Bajo esta representación, los puntos en el ecuador de la esfera corresponden a polarizaciones lineales. En particular es necesario distinguir los casos extremos i.e. de polarización horizontal y vertical,

$$\hat{S}_H = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{S}_V = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (6.2)$$

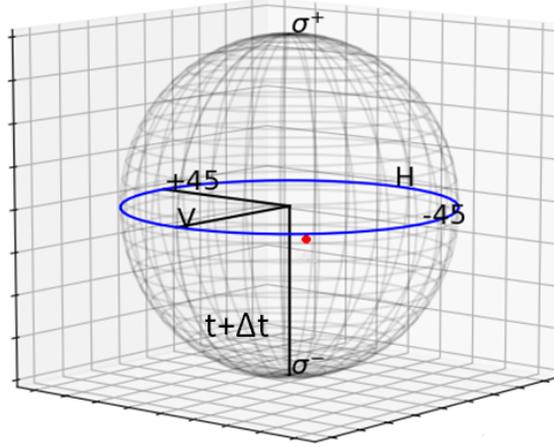


Figura 6.2: Vector de Stokes (representado por el punto rojo) en la esfera de Poincaré.

Asimismo, se tiene el caso de polarización diagonal,

$$\hat{S}_{+45^\circ} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{S}_{-45^\circ} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (6.3)$$

Y finalmente, el caso de polarización circular donde los polos norte y sur de la esfera corresponden a polarización circular derecha (σ_-) e izquierda (σ_+) respectivamente,

$$\hat{S}_{\sigma_-} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \hat{S}_{\sigma_+} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}. \quad (6.4)$$

6.1.1. Estabilización de fibras ópticas

En el laboratorio, la mayoría de la luz necesaria para la producción y análisis del BEC se genera en una mesa diferente a la del experimento principal. Para *transportar* dicha luz al experimento contamos con fibras ópticas capaces de mantener el estado de polarización de la luz (Polarization Maintaining fibers o fibras PM por sus siglas en inglés).

Este tipo de fibras funciona aprovechando una propiedad conocida como birrefringencia [60] que es un tipo de anisotropía óptica exhibida por ciertos materiales (e.g. calcita, lucita, plásticos deformados) donde su índice de refracción depende de la polarización de la luz que lo atraviesa. La birrefringencia produce el fenómeno de doble

refracción que provoca que un rayo de luz incidente en el material se divida en dos en función de su polarización (comúnmente llamados rayo ordinario y extraordinario).

Las fibras PM están construidas de tal forma que se introduce sistemáticamente una birrefringencia lineal a lo largo de la fibra y, por ende, se obtienen dos modos de polarización bien definidos los cuales se propagan con velocidades de fase distintas. Conocido esto, podemos definir la longitud de batimento L_b [61] que es la distancia tal que (para una longitud de onda en particular) un modo de polarización experimenta un retraso de una longitud de onda comparado con el otro. Esto implica que $L_b/2$ equivale a una placa retardadora de $\lambda/2$.

En el caso de un fibra óptica normal (no PM) los dos modos de polarización tienen la misma velocidad de fase, no obstante, debido a perturbaciones (como cambios de temperatura o tensiones mecánicas en la fibra) se produce birrefringencia que provoca la transferencia de potencia de un modo a otro. Como generalmente L_b es del orden de milímetros (y en consecuencia de miles de longitudes de onda) incluso una perturbación en una porción corta de la fibra puede provocar la transferencia de potencia de un modo a otro, cambiando completamente el estado de polarización a la salida. Esto produce un estado aleatorio de polarización a la salida que fluctuará a la par de las perturbaciones.

Ahora, consideremos el caso de la fibra PM donde a la entrada de la fibra existe un acoplamiento aleatorio de fase entre dos estados de polarización. En el punto inicial L_0 la onda con el modo 1 induce una amplitud en el modo 2 con alguna fase, sin embargo, en el punto $L_b/2$, el coeficiente de acoplamiento entre los modos induce una amplitud en el modo 2 exactamente 180 grados fuera de fase con la onda acoplada en el punto L_0 , lo cual produce su cancelación. Tendremos entonces que en el punto L_b el acoplamiento está en la fase original y a $3L_b/2$ de nuevo está fuera de fase y así, periódicamente. De esta manera, la posibilidad de obtener una suma coherente de amplitudes a distancias mucho mayores que L_b resulta imposible. Esto garantiza que la mayoría de la potencia de la onda se mantiene con el modo original de la polarización y sale de la fibra en dicho modo.

Existen principalmente 2 formas de producir birrefringencia en las fibras PM [61]: por estrés, en las que un par de varillas introducen estrés constante sobre la fibra, lo cuál produce la birrefringencia (por ejemplo las llamadas fibras tipo *PANDA* o tipo *moño*) y por geometría, donde el núcleo es asimétrico o tiene un perfil de índice de refracción asimétrico (por ejemplo fibras con revestimiento elíptico). En el laboratorio todas las

fibras PM son tipo *PANDA* (por sus siglas en inglés Polarization-maintaining AND Absorption-reducing), así que incluimos un esquema de este tipo de fibras.



Figura 6.3: Estructura de las fibras PM tipo *PANDA*, el acrónimo también hace alusión al parecido de la sección transversal de la fibra con la cara de un panda.

En síntesis, al recibir una polarización lineal particular en su entrada, las fibras PM son capaces de preservar dicho estado a la salida. No obstante, si la polarización de entrada no es la correcta, fluctuaciones térmicas o mecánicas alterarán drásticamente la polarización de salida, tal como en una fibra no PM. Por esta razón, al acoplar una fibra PM se colocan un par de láminas retardadoras en su entrada (una de $\lambda/2$ y una de $\lambda/4$), que permiten modificar la polarización incidente hasta que coincide con la requerida por la fibra, a esto se le conoce como estabilización de fibras ópticas. Así pues, para determinar la polarización de entrada correcta es necesario analizar la polarización de salida de la fibra en tiempo real.

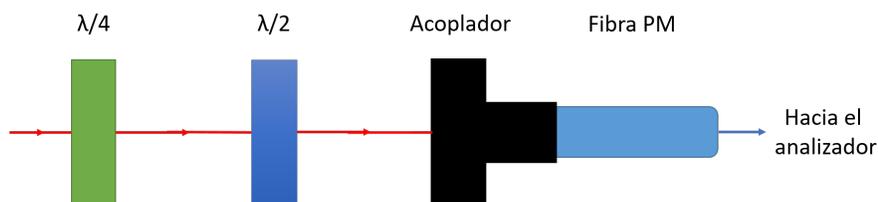


Figura 6.4: Esquema óptico para la estabilización de fibras PM. Los retardadores permiten modificar la polarización de la luz incidente a voluntad.

6.1.2. Determinación del radio de polarización

Cuando una fibra PM no está estabilizada, el vector de Stokes precesa sobre la superficie de la esfera de Poincaré, generalmente trazando círculos (la velocidad de precesión tiende a ser más alta si la fibra es sensible mecánicamente y más lenta cuando lo es

térmicamente). De manera práctica, estabilizar la fibra se traduce en minimizar estos círculos.

Aunque es posible minimizarlos a simple vista, resulta conveniente hacerlo también de forma cuantitativa. A continuación describimos el método utilizado para calcular el radio de un círculo embebido en una esfera considerando 3 valores del vector de Stokes espaciados entre sí un lapso Δt ,

$$\hat{S}_{t_0} = (x_1, y_1, z_1), \quad \hat{S}_{t_1} = (x_2, y_2, z_2), \quad \hat{S}_{t_2} = (x_3, y_3, z_3). \quad (6.5)$$

Estos 3 vectores definen un triángulo único, que a su vez determina únicamente al círculo que lo circunscribe (véase la figura 6.5). Resulta ser que, a partir de la conocida fórmula de Herón, podemos relacionar el área A del triángulo con el radio R del círculo [62], que es la cantidad que deseamos minimizar. Para ello basta con evaluar las siguientes expresiones

$$A = \frac{\sqrt{(a+b+c)(b+c-a)(a+c-b)(a+b-c)}}{4}, \quad (6.6)$$

$$R = \frac{abc}{4A}, \quad (6.7)$$

donde a , b y c son los lados del triángulo que calculamos a partir de los vectores de Stokes como

$$a = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}, \quad (6.8)$$

$$b = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 + (z_3 - z_2)^2} \quad (6.9)$$

$$c = \sqrt{(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 + (z_3 - z_1)^2}. \quad (6.10)$$

Así pues, contamos con una manera elegante de calcular la cantidad deseada.

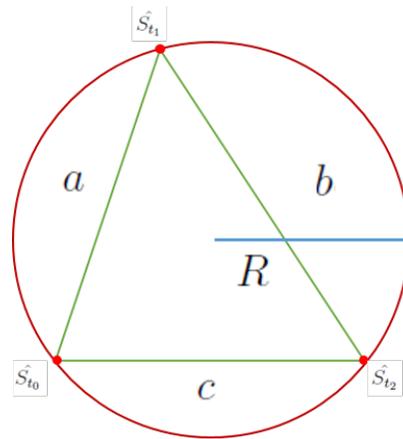


Figura 6.5: Geometría utilizada para calcular el radio de polarización.

6.2. El analizador

6.2.1. División de amplitud

El funcionamiento del analizador se basa en la técnica de división de amplitud propuesta por [63]. El esquema plantea la utilización de cubos divisores de polarización y láminas retardadoras para descomponer la luz incidente en función de su estado inicial y detectar la intensidad de cada componente de manera independiente mediante un conjunto de fotodiodos, con los que se puede determinar en tiempo real el vector de Stokes. Las láminas tienen el defecto de volver el dispositivo monocromático ya que son únicamente para la longitud de onda utilizada en el laboratorio (670 nm). Si se deseara un analizador para un rango amplio de longitudes de onda sería necesario utilizar láminas de este tipo que son significativamente más caras. En la figura 6.6 se presenta un diagrama del arreglo óptico del analizador, las siglas indican lo siguiente: BS-cubo divisor de haz 50:50 no polarizador, PB-cubo divisor polarizador, FDS-fotodiodo, KAD-acoplador de fibra óptica, V_i - voltaje i -ésimo de cada fotodiodo, $\lambda/2$ -lámina retardadora de media onda, de fibra óptica, V_i - voltaje i -ésimo de cada fotodiodo, $\lambda/4$ -lámina retardadora de cuarto de onda.

La luz entra al dispositivo a través de una fibra óptica insertada en un acoplador (modelo KAD11F, marca Thorlabs). A continuación, pasa por un cubo divisor de haz 50:50 (modelo BS010, marca Thorlabs). La mitad reflejada pasa por un segundo cubo divisor que en este caso es polarizador (PBS 102, Thorlabs), de manera que la componente polarizada horizontalmente es transmitida al fotodiodo V_2 (FDS100, marca Thorlabs) mientras que la componente polarizada verticalmente es reflejada hacia el fotodiodo V_1 .

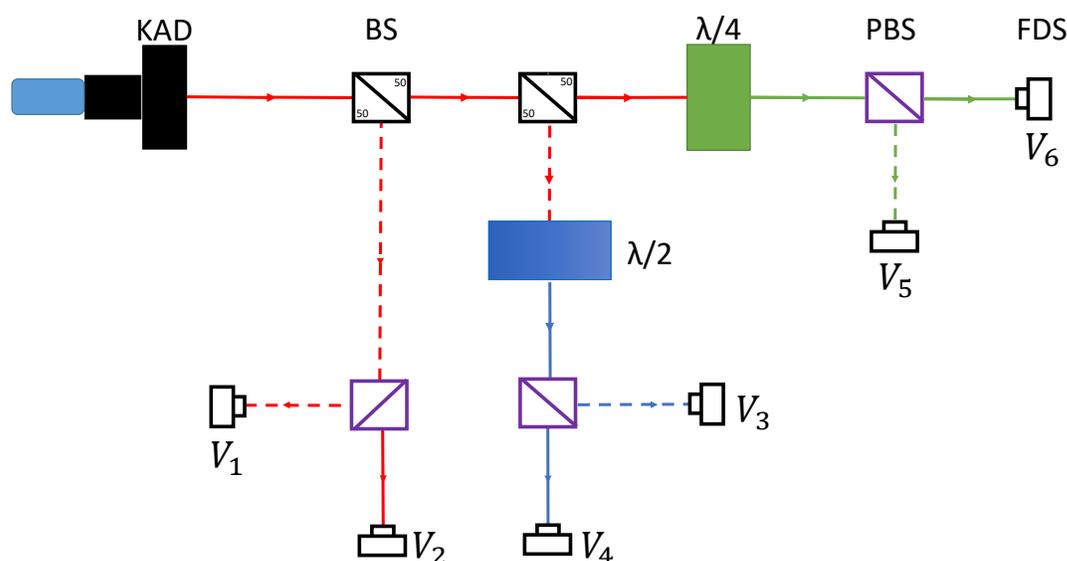


Figura 6.6: Esquema óptico del analizador de polarización. La luz en el estado inicial se indica en rojo mientras que la luz con polarización modificada por los retardadores, se indica con el color asignado al retardador. Los haces reflejados se representan con líneas punteadas, los transmitidos con líneas continuas.

La mitad transmitida por el primer cubo atraviesa un segundo divisor 50:50 no polarizador que de nuevo divide la amplitud de la luz a la mitad, i.e. a una cuarta parte de la intensidad inicial.

La fracción reflejada por el segundo cubo divisor atraviesa una lámina retardadora de $\lambda/2$ (WPH05ME-670, Thorlabs) colocada previamente con el eje rápido a 22.5° de la horizontal¹ de tal forma que rota la polarización inicial en 45° y así, siguiendo el mismo principio del primer cubo polarizador, la intensidad recibida por los fotodiodos V_3 y V_4 corresponde a la polarización a 45° .

Finalmente, la fracción transmitida por el segundo divisor atraviesa una lámina retardadora de $\lambda/4$ (WPQ05M-670, Thorlabs), que en este caso está colocada con el eje rápido a 45° de la horizontal² para convertir la luz circularmente polarizada en linealmente polarizada y así medirse de la misma forma que el resto en el último par de fotodiodos.

¹Este ángulo se encontró empíricamente utilizando un polarizador lineal a la entrada del analizador. Con esto garantizamos que se tiene luz horizontalmente polarizada y basta con encontrar el ángulo en el cuál la señal en ambos fotodiodos es la misma.

²Ídem.

En resumen, los parámetros de Stokes se obtienen a partir de las potencias medidas P_i por el i -ésimo fotodiodo (proporcionales a los voltajes V_i de los 6 fotodiodos) usando las siguientes expresiones

$$S_0 = \sum_1^6 P_i, \quad S_1 = \frac{P_2 - P_1}{P}, \quad S_2 = \frac{P_4 - P_3}{P}, \quad S_3 = \frac{P_6 - P_5}{P}, \quad (6.11)$$

donde recordamos que P es el grado de polarización de la luz incidente definido en (6.1).

6.2.2. Hardware, software y adquisición de datos

Base impresa en 3D

La base del analizador se diseñó usando el software *SolidWorks* y se imprimió en 3D con el fin de poder realizar varias copias con relativa simplicidad en el futuro. La impresión de la base tomó aproximadamente 6 horas y se realizó utilizando la impresora 3D del Laboratorio de Electrónica del Instituto de Física de la UNAM.

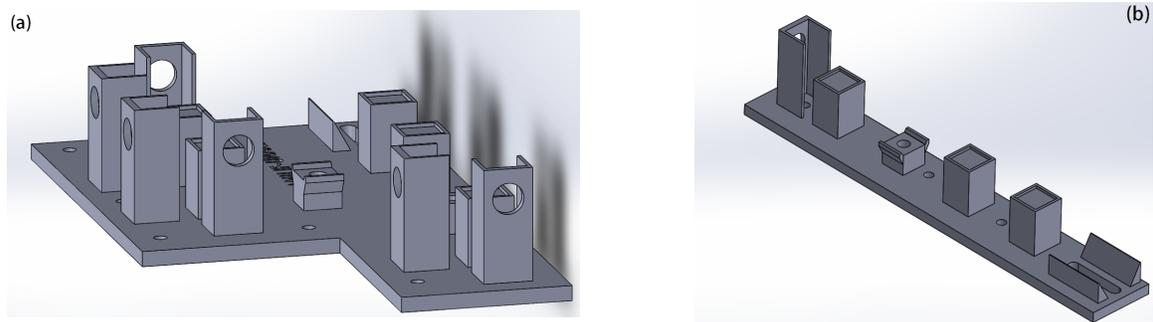


Figura 6.7: Diseño tridimensional de la base del analizador. (a) Vista de la base completa. (b) Ampliación sobre una hilera de componentes.

En la figura 6.7 se muestra el diseño de la base. De lado derecho se realiza una ampliación sobre una sección de la misma donde se puede ver que cada soporte está hecho a la medida para acomodar a los respectivos componentes.

Actualmente la impresión en 3D posee la precisión suficiente para alinear un esquema óptico sencillo (un sistema que no requiere un ajuste fino). Es así que en nuestro sistema los cubos divisores se fijan con pegamento de cianoacrilato a la base mientras que las monturas de los retardadores y el acoplador de fibra se atornillan por la parte inferior, de igual forma, los fotodiodos se insertan a presión en sus soportes.

No obstante, la misma alineación del sistema vuelve imposible evitar reflexiones no deseadas en el camino óptico, razón por la cuál se colocaron dos paredes alrededor de los fotodiodos.

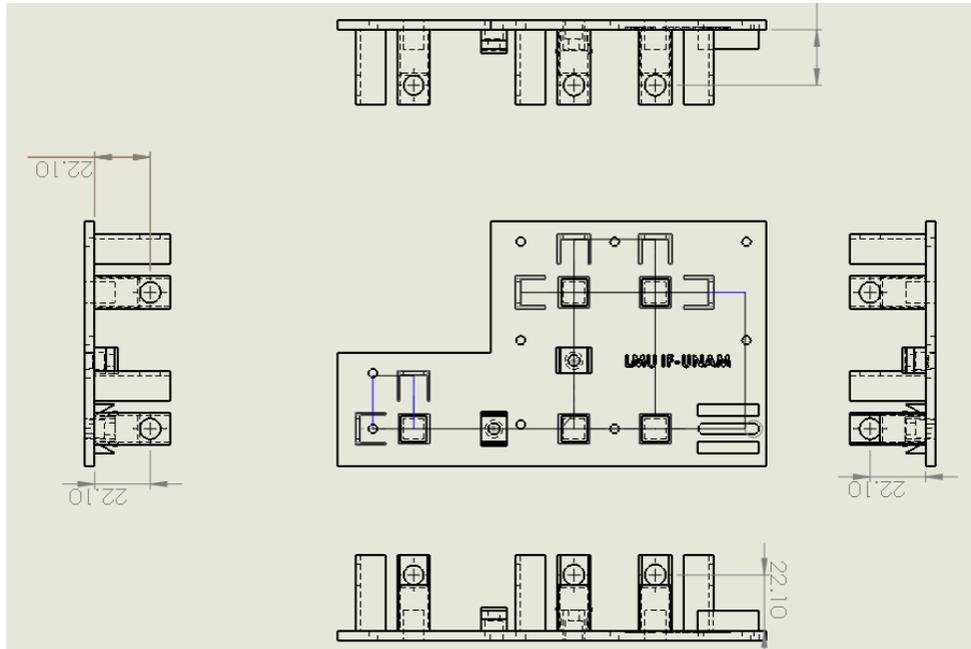


Figura 6.8: Diseño de la base del analizador.

Circuito *shield*

La intensidad de la luz, traducida a un voltaje V_i por 3 pares de fotodiodos, es enviada a través un circuito tipo *shield* hacia un Arduino Uno, donde es adquirida a través de los canales analógicos. Para su correcta lectura, cada fotodiodo requiere del siguiente circuito [64]:

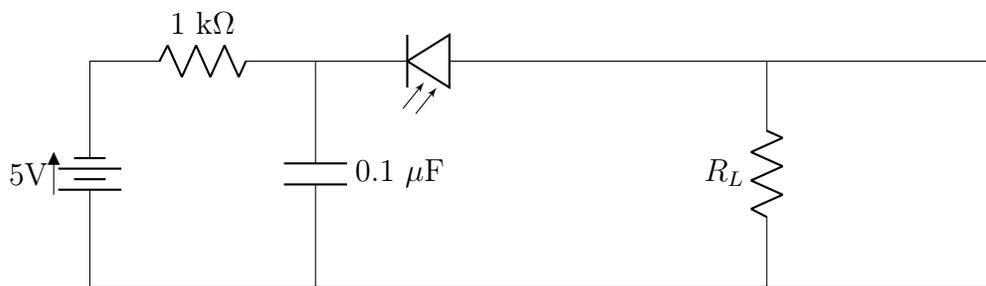


Figura 6.9: Circuito para la lectura del voltaje de un fotodiodo (señalado con un par de flechas).

El valor de la resistencia de la derecha (resistencia de carga R_L) determina la resolución en voltaje del fotodiodo. En nuestro caso se buscó maximizar la resolución

en voltaje considerando una potencia máxima en la entrada de 2 mW ³, por lo cuál se decidió utilizar una resistencia de $16 \text{ k}\Omega$. El resto de los componentes siguen la configuración sugerida por el fabricante para un filtro de ruido pasa altas [64]. Así pues, el *shield* está conformado por 6 copias de este circuito y se instala directamente sobre el Arduino.

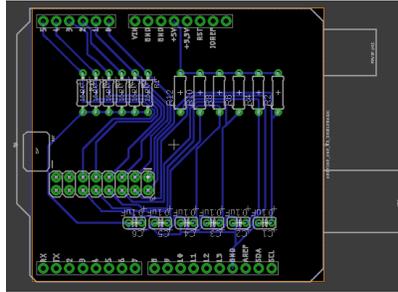


Figura 6.10: Circuito shield para la lectura de los fotodiodos con un Arduino Uno.

Calibración de los fotodiodos

Dado el valor de R_L cada fotodiodo requiere de una calibración del voltaje de salida en función de la potencia de entrada, para ello utilizamos un medidor de potencia (100PMA, Thorlabs) y un láser de diodo que emite en la longitud de onda utilizada en el experimento (CEL001, Moglabs). En la siguiente gráfica ejemplificamos la calibración realizada para cada fotodiodo.

Esta calibración aparece explícitamente en el código para la adquisición de señales con Arduino y permite realizar los cálculos de los parámetros de Stokes en unidades de potencia.⁴

6.3. El dispositivo final

El procesamiento de las señales se realiza en Arduino, donde se calculan los valores de \hat{S} y P de acuerdo con (6.11). Posteriormente (vía la interfaz serial) se grafica \hat{S} con un programa escrito en el lenguaje de programación Python⁵. Con estos datos y utilizando las expresiones (6.6), (6.7), el programa muestra en tiempo real el vector de Stokes sobre la esfera de Poincaré y al mismo tiempo imprime en pantalla los valores de los parámetros de Stokes, el DOP y el radio de polarización.

³Valor escogido porque siempre se puede desacoplar las fibras del experimento hasta obtener una potencia de ese orden.

⁴Se incluye el código en el apéndice.

⁵Ibid.

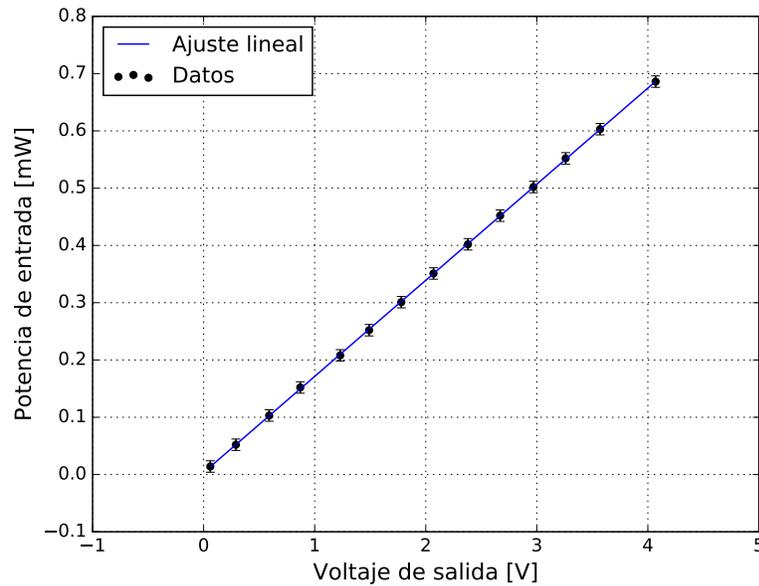


Figura 6.11: Calibración de un fotodiodo FDS 100 en función de la potencia de entrada. Nótese que el comportamiento es lineal en toda la región analizada ($m=0.168 \pm 0.0002$, $b = 0.003 \pm 0.0005$), esto es muy similar en todos los fotodiodos por lo que omitimos el resto de las gráficas. Las barras de error corresponden a una desviación estándar calculada a partir de varias medidas independientes.

A continuación describimos el procedimiento para la estabilización de una fibra PM con el analizador de polarización:

1. Conectar el analizador a la computadora y abrir el programa de Python.
2. Verificar que la potencia del haz de la fibra a estabilizar no supere los 2 mW (de lo contrario, desacoplarla levemente hasta que no lo supere).
3. Tapar el haz que entra a la fibra y desconectar la salida de la fibra a estabilizar.
4. Conectar la fibra al analizador y destapar el haz.
5. Perturbar la fibra mecánicamente dándole golpes suaves y observar el comportamiento del vector de Stokes, si no se mueve, perturbarla también térmicamente calentándola con las manos.
6. Rotar las láminas retardadoras en la entrada de la fibra buscando minimizar el radio de polarización. Independientemente del valor final, la polarización deberá ser lineal i.e. el vector de Stokes deberá estar en el ecuador de la esfera.

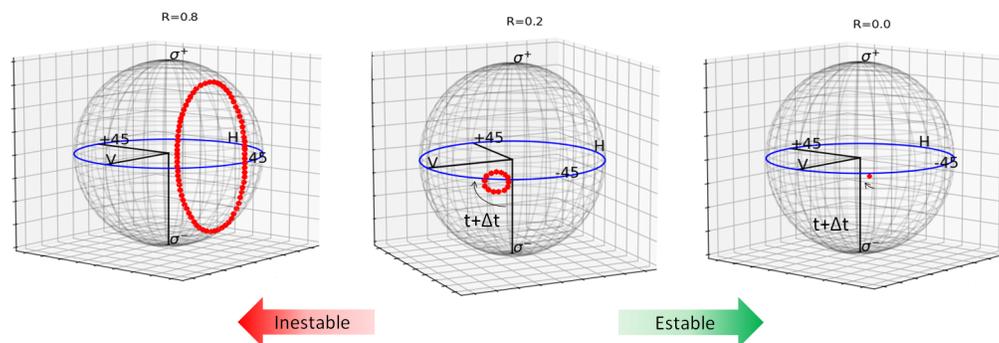


Figura 6.12: Procedimiento para la estabilización de una fibra PM realizado con el analizador. Nótese cómo se reduce el círculo alrededor del ecuador hasta parecer puntual.

Comentarios sobre el analizador

Utilizando el procedimiento anterior se han estabilizado las fibras de los haces X, Y y Z de la MOT, el haz del desacelerador Zeeman, las fibras de la espectroscopía y de imagen. En el mejor de los casos, el radio de polarización final es menor a 0.01, es decir la polarización es estable al menos en 1 %.

Generalmente resulta mucho más sencillo estabilizar una fibra sensible a perturbaciones mecánicas que una sensible a perturbaciones térmicas. Esto se debe a que la tasa de cambio del valor de la polarización es mucho más rápida en el primer caso y resulta más fácil encontrar el valor en el que se estabiliza. A veces es útil calentar una fibra sensible térmicamente con la pistola de calor (a una distancia razonable y por pocos segundos) para acelerar las fluctuaciones. Si bien hemos observado que las fibras estabilizadas permanecen así varios meses, vale la pena revisarlas periódicamente para realizar leves correcciones en las posiciones de las láminas retardadoras.



Figura 6.13: Fotografía del analizador de polarización actualmente utilizado en el LMU.

Capítulo 7

Conclusiones y perspectivas

"So if you hide your ignorance, no one will hit you and you'll never learn."

R. Bradbury

7.1. Conclusiones

En este trabajo se presentó el diseño y construcción de una antena de radiofrecuencia de respuesta rápida para producir transiciones entre los estados hiperfinos de un gas ultrafrío de ${}^6\text{Li}$. El sistema se diseñó de acuerdo con las constricciones impuestas por el experimento, que lo hacen inherentemente ineficiente. Para compensar este problema la antena se construyó con alambre de cobre de 1 mm y con cinco espiras. Además, se diseñó un circuito de acoplamiento de impedancias para optimizar la potencia irradiada alrededor de las frecuencias de transición.

Tras una serie de pruebas de caracterización se determinó que el dispositivo está correctamente sintonizado en el rango deseado, es decir, alrededor de las frecuencias de transición entre los estados $|1\rangle - |2\rangle$ y $|2\rangle - |3\rangle$. Hecho esto, la antena se instaló en el experimento del LMU y se integró con el sistema de control del mismo para producir pulsos y barridos de frecuencia con duración de micro y milisegundos, con los cuáles se observaron las primeras transiciones hiperfinas en nuestro laboratorio, esto demostró inequívocamente el correcto funcionamiento del dispositivo.

El resultado principal de esta tesis es un estudio de las transiciones cuánticas inducidas con radiofrecuencia, en particular, se hizo un análisis experimental detallado de oscilaciones de Rabi y transiciones de Landau-Zener. Asimismo, se implementó la técnica de espectroscopía de radiofrecuencia que permite determinar el campo magnético en la muestra atómica con alta precisión. Finalmente, se implementó una rutina de mezcla con la cual, mediante múltiples transiciones de Landau-Zener espaciadas aleatoriamente, se puede generar una mezcla balanceada 50/50 de los estados $|1\rangle$ y $|2\rangle$.

De este análisis se concluyó lo siguiente:

- El método adecuado para encontrar la frecuencia de transición consiste en utilizar un barrido de frecuencias alrededor de la frecuencia de transición estimada mediante las lorentzianas de imagen utilizando la máxima potencia posible y un span inicial de alrededor de 20-30 kHz. A continuación se reduce el span y se repite la medida hasta encontrar una frecuencia única en la que los átomos se transfieran al otro estado.
- Al utilizar la máxima potencia disponible en la antena los tiempos de transición están en escalas de milisegundos, esto indudablemente mejorará en cuanto se sustituya el amplificador. Idealmente la frecuencia de Rabi en el experimento debe estar en el orden de kilohertz, lo que se optimizará empíricamente.
- La inestabilidad del campo magnético de Feshbach parece haber sido el principal obstáculo durante la realización de estas medidas. De acuerdo con la caracterización realizada ésta es un orden de magnitud menor que la esperada, lo implica que se debe trabajar en la optimización de los sistemas de control involucrados para contar con un experimento más robusto.
- Naturalmente, en un experimento de este tipo es necesaria la continua optimización de todos los parámetros de manera que se genere un ciclo de retroalimentación positivo. En este caso la optimización del PID del campo de Feshbach se traducirá en una mejoría en la estabilidad de la imagen que a su vez permitirá realizar transiciones cuánticas más estables, lo que mejorará la calibración del campo magnético.
- El sistema de la antena permite producir cualquier¹ combinación de poblaciones entre los estados $|1\rangle$ y $|2\rangle$ a partir de una oscilación de Rabi, así como la transfe-

¹Con alrededor de 90% de eficiencia.

rencia de átomos del estado $|2\rangle$ al $|3\rangle$, si bien esta última no se ha caracterizado con el mismo detalle.

- De igual forma, a través del esquema de Landau-Zener se puede transferir casi completamente toda la población entre los primeros dos estados. Utilizando varias transiciones de este tipo se puede generar también una mezcla balanceada 50/50 de dichos estados.
- Por cuestiones de tiempo quedó pendiente realizar una determinación de la energía de ligadura a lo largo del cruce BEC/BCS, si bien esto no afecta de ninguna manera los resultados anteriores y se deseaba realizar únicamente por completez del trabajo.

Asimismo, de manera paralela a la temática central, se detalló la implementación de un analizador de polarización basado en Arduino cuya base está impresa en 3D. Este dispositivo está en uso en el Laboratorio de Materia Ultrafría donde se utiliza exitosamente para la estabilización de fibras ópticas tipo PM.

7.2. Perspectivas

7.2.1. Ondas de Faraday

El Laboratorio de Materia Ultrafría ha completado la fase de construcción y está listo para realizar investigación de frontera. El primer tema que se abordará es el estudio de ondas de Faraday en gases ultrafríos a lo largo del cruce BEC-BCS. A continuación presentamos una breve introducción al tema así como la motivación para estudiarlas y los avances que se han realizado en el laboratorio para este fin.

En 1831, M. Faraday estudió el surgimiento de ondas en la superficie de líquidos contenidos en un recipiente forzado a oscilar en la dirección vertical. Él encontró patrones regulares que oscilan a la mitad de la frecuencia de la oscilación vertical y que ahora se denominan homónimamente [65]. A este tipo de excitaciones se les llama paramétricas en el sentido de que son producidas al hacer variar un parámetro propio del sistema a una frecuencia distinta de su frecuencia natural. Las excitaciones paramétricas difieren del forzamiento en que la excitación es un efecto de la variación temporal de un parámetro del sistema.

Actualmente, el tema general de formación de patrones en sistemas excitados paraméricamente resulta de interés en áreas diversas entre las que se encuentra la óptica

no lineal, la hidrodinámica y por supuesto, la física de átomos ultrafríos. Como indica [66], las ondas de Faraday son particularmente interesantes en el contexto de los superfluidos ya que los modos colectivos de oscilación están mucho menos amortiguados que en fluidos normales y éstos se pueden disipar a través de la formación de vórtices cuantizados.

En particular, las excitaciones en condensados de Bose-Einstein están bien descritas por la teoría dado que la mayoría del sistema se encuentra en el estado base y dichas excitaciones pueden ser tratadas como una perturbación. Así pues, el estudio de estos patrones en sistemas cuánticos ultrafríos posibilita la investigación teórica y computacional de este fenómeno [67, 68, 69], en contraste con la complejidad inherente a estos patrones en sistemas de fluidos ordinarios.

Es importante mencionar que existen predicciones teóricas y simulaciones de la ocurrencia de ondas de Faraday a lo largo del cruce BEC-BCS. De acuerdo con Ju-Kui et al. [70] en la formación de un patrón de Faraday el término de acoplamiento en la ecuación de la densidad longitudinal produce la contribución principal a la longitud de onda mientras que el acoplamiento bilateral entre los modos de oscilación disminuye dicha longitud. Comparando los resultados a lo largo del cruce encuentran que los efectos del acoplamiento son más importantes en el régimen BCS. Dadas las diferencias en comportamiento entre los patrones a diferentes regímenes, estos autores sugieren que el patrón de Faraday puede ser usado para caracterizarlos.

Por otro lado, Capuzzi y Vignolo [71] indican que la diferencia fundamental entre un superfluido de Fermi y un condensado de Bose-Einstein atómico es que el término no lineal controla las características microscópicas de la superfluidez así que la modulación del patrón depende de las características del cruce BEC-BCS. En sus simulaciones se observa que la tasa de crecimiento del patrón de Faraday varía a lo largo del cruce siendo más rápida del lado BEC.

Desde el frente experimental, Engels et al. [72] fueron los primeros en estudiar la aparición de patrones en muestras ultrafrías, modulando periódicamente el confinamiento radial de un BEC *cigar-shaped* en una trampa magnética. Dicha modulación produce un cambio periódico en la densidad de la nube que equivale a modificar las interacciones no lineales de acuerdo con la ecuación de Gross-Pitaevskii (1.19). A su vez, esto produce la excitación paramétrica de ondas mecánicas longitudinales en la dirección más débil del confinamiento, de manera análoga al experimento de Faraday. No obstante, existen otras técnicas para modular la no-linealidad de la interacción

interatómica (i.e. la longitud de dispersión) como por ejemplo, a través de la interacción con luz láser cuasiresonante [73], mediante campos eléctricos externos DC [74] o directamente a través de la resonancia de Feshbach [20].

Más recientemente, van der Straten et al. [75] también han producido ondas de Faraday, en este caso en un BEC *cigar-shaped* de ^{23}Na , modulando la frecuencia radial de la trampa magnética que lo contiene. Sin embargo, estos autores no identifican la excitación como una onda de Faraday sino como un *crystal espacio-temporal*.

Finalmente, en un artículo del año pasado, Hulet et al. reportan la producción de ondas de Faraday en un BEC *cigar-shaped* de ^7Li [66] utilizando la resonancia de Feshbach localizada en 737.7 G, para lo cual realizan una modulación del campo magnético de Feshbach. No obstante, para cada valor de frecuencia de modulación ellos modifican la amplitud de la modulación, el tiempo de modulación y el tiempo de espera buscando obtener patrones de Faraday con contraste semejante. Notablemente, para frecuencias bajas de modulación (frecuencias mucho menores a la frecuencia radial de la trampa) los autores no observan un patrón de Faraday. Por el contrario, al reducir la frecuencia de modulación observaron que es necesario aumentar tanto el tiempo como la amplitud de modulación para notar algún cambio en la nube, lo que en consecuencia produce patrones de granulación.

En el LMU se cuenta actualmente con la capacidad de producir ondas de Faraday modulando las frecuencias de la trampa a través la potencia de la ODT, gracias al trabajo de tesis de Eduardo Padilla (estudiante de maestría de nuestro laboratorio cuya tesis está en proceso de escritura). De acuerdo con (2.15) y (2.18) se tiene que $\sqrt{P} \propto \omega_r$ así que, de manera análoga a lo que plantea [76] podemos introducir en la muestra una modulación periódica en la frecuencia radial ω_r de la forma

$$\omega_r(t) = \omega_r^0 [1 + \alpha \cos(2\omega t)]. \quad (7.1)$$

La dinámica de la muestra del lado BEC está determinada por la GPE (1.18). Como indica Romero-Rochín [77], en el caso de una nube *cigar-shaped* la GPE se puede reducir a una ecuación de Mathieu de forma que su análisis se puede realizar en términos de la teoría de estabilidad Floquet. Cuando los parámetros en la modulación de la frecuencia radial son tales que la excitación es estable se puede demostrar [77] que el perfil de densidad ante dicha modulación es un patrón sinusoidal cuya amplitud oscila en el tiempo. Este resultado es consistente con las primeras mediciones

realizadas en nuestro laboratorio (véase la figura 7.1).

Hasta el momento en el LMU hemos producido ondas de Faraday para distintos valores de campo magnético, todos del lado BEC de la resonancia de Feshbach. Por alguna razón que aún no entendemos (ya sea fundamental o experimental) no se han podido generar dichas excitaciones en el régimen unitario, bajo ninguna combinación de frecuencia y amplitud de la modulación.

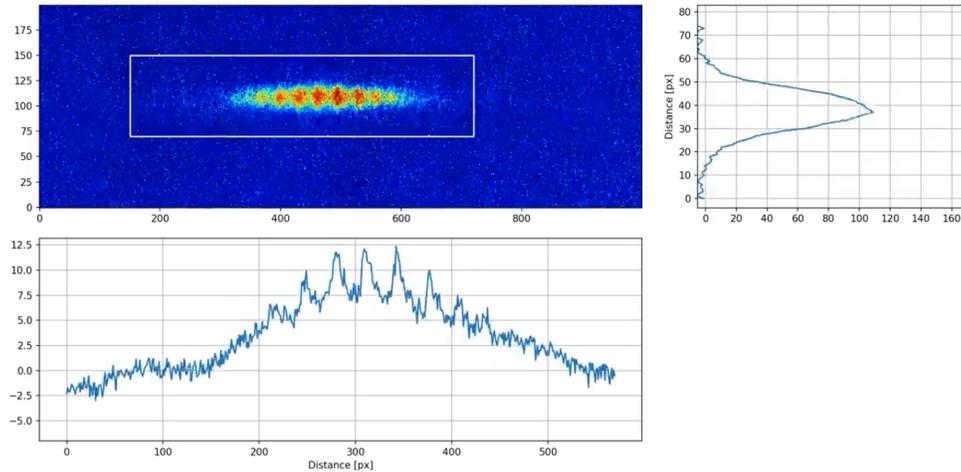


Figura 7.1: Imagen de absorción de una onda de Faraday en un condensado de Bose-Einstein a 690 G. El perfil es consistente con la teoría [77].

En consecuencia, el objetivo de nuestra investigación será analizar en qué condiciones ocurren las ondas de Faraday. En particular se buscará determinar si ocurren en el régimen unitario y del lado BCS de la resonancia de Feshbach ya que, hasta donde tenemos conocimiento, nunca se han observado en dichas regiones. Asimismo, se busca construir el primer diagrama de estabilidad de Floquet experimental a lo largo del cruce BEC-BCS, esto se hará a partir de la transformada de Fourier del patrón de Faraday con la cuál podemos determinar el vector de onda k para cada amplitud de modulación α y mapear los resultados al espacio de parámetros.

La discusión anterior no ha involucrado la antena, sin embargo, nuestro grupo de investigación tiene una propuesta interesante que es el nexa fundamental entre esta tesis y los objetivos inmediatos del LMU. Como se dijo en la introducción, el ${}^6\text{Li}$ presenta una resonancia de Feshbach particularmente ancha entre $|1\rangle$ y $|2\rangle$ pero existe también otra resonancia entre los estados $|1\rangle$ y $|3\rangle$, que está centrada en 689.68 G y tiene un ancho de 122.3 G.

Graficando ambas resonancias observamos algo muy interesante. Si se fija el campo

de Feshbach en $B=689.68$ G y se tiene una mezcla de los estados $|1\rangle$ - $|2\rangle$ ésta se encontrará del lado BEC mientras que una mezcla de $|1\rangle$ - $|3\rangle$ estará en el régimen unitario. Como ya se mencionó no hemos logrado observar ondas de Faraday en el régimen unitario así que la idea es producir las ondas en el régimen BEC, donde sabemos cómo generarlas, e inducir una transición $|2\rangle - |3\rangle$ lo que efectivamente *transportará* la muestra al régimen deseado.

Si las ondas de Faraday desaparecen al realizar la transición esto será evidencia contundente de que existe algún mecanismo físico que las inhibe bajo dichas condiciones, por el contrario, si persisten en la mezcla $|1\rangle - |3\rangle$ tendremos el primer método para producirlas en el régimen unitario. Por supuesto un técnica en la cuál la modulación se produzca sobre la mezcla $|1\rangle - |3\rangle$ y luego se haga una transición del estado $|3\rangle$ al $|2\rangle$ también es factible. Con esta propuesta, que se probará en el experimento tan pronto como sea posible², concluye la tesis.

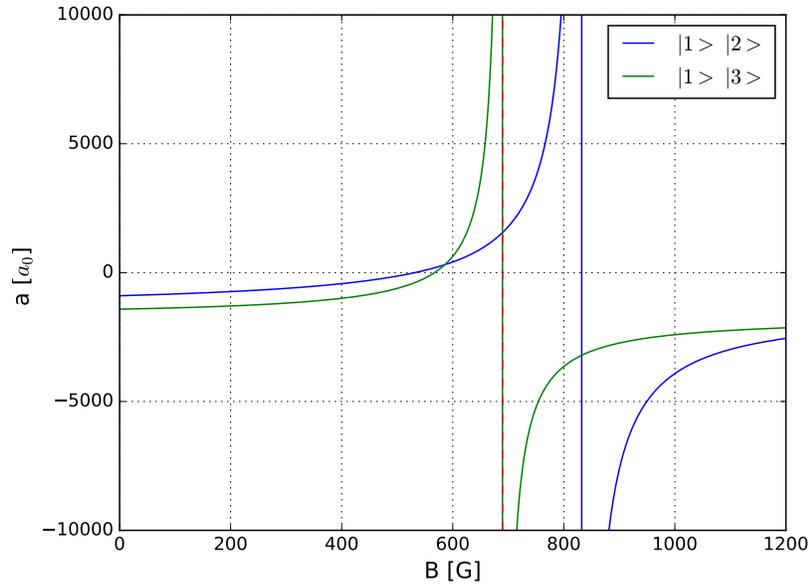


Figura 7.2: Resonancias de Feshbach entre los estados $|1\rangle - |2\rangle$ y $|1\rangle - |3\rangle$ que se utilizarán en el experimento de ondas de Faraday.

²Casi inmediatamente después de la redacción de esta tesis la pandemia producida por el virus SARS-CoV-2 provocó la suspensión total de actividades en muchas partes del mundo, incluidas las del LMU, de manera que las medidas quedaron suspendidas indefinidamente.

Apéndice

Códigos para el cálculo de la fórmula de Breit-Rabi y su inversa.

Se incluye el código para el cálculo de la fórmula de Breit-Rabi. Si bien esta expresión es analítica, resulta conveniente contar con un programa para calcular la diferencia en frecuencia rápidamente. Además el programa permite calcular la inversa, cuyo despeje no es trivial, a partir de un *spline* de tal forma que tenemos una manera de calcular el campo magnético en el experimento a partir de la frecuencia de transición medida.

```
1 using Plots
2 using Dierckx
3
4 #Constants
5 gj=2.0023014
6 gi=-0.000447654
7 gs=2.0023193043737 #Lande factor spin electron
8 muB=9.274009994e-24/1e4 #Bohr magneton in J/G
9 muN=5.050783699e-27/1e4 #Nuclear magneton in J/G
10 h=6.62607015e-34 #Planck's constant
11 A=152.1368407 #MHz magnetic dipole constant 2 2s1/2
12
13 function deltaEplus(B, n)
14     mF=[-3/2,-1/2,1/2,3/2]
15     deltaE=[]
16
17     for i in 1:1:length(mF)
18
19         I=1 #Total nuclear spin (6Li)
20         deltaW=A*(I+1/2)
21         x=(gj-gi)*muB*B/(h*deltaW)*1e-6
22
```

```

23     push!(deltaE,-(deltaW)/(2*(2I+1))+deltaW*mF[i]
24     *x/(gj/gi - 1.))+1/2*deltaW
25     *sqrt(1+((4*mF[i]*x)/(2I+1))+x^2))
26
27     end
28
29     return deltaE[n]
30 end
31
32 function deltaEminus(B, n)
33     mF=[-1/2,1/2]
34     deltaE=[]
35     for i in 1:1:length(mF)
36
37         I=1
38         deltaW=A*(I+1/2)
39         x=(gj-gi)*muB*B/(h*deltaW)*1e-6
40
41         push!(deltaE,-(deltaW)/(2*(2I+1))+deltaW*mF[i]
42         *x/(gj/gi - 1.))-1/2*
43         deltaW*sqrt(1+((4*mF[i]*x)/(2I+1))+x^2))
44         end
45         return deltaE[n]
46 end
47
48 function deltaEplus3(B)
49     mF=[-3/2]
50     deltaE=[]
51     for i in 1:1:length(mF)
52
53         I=1
54         deltaW=A*(I+1/2)
55         x=(gj-gi)*muB*B/(h*deltaW)*1e-6
56
57         push!(deltaE,-(deltaW)/(2*(2I+1))+deltaW*mF[i]
58         *x/(gj/gi- 1.))+1/2*deltaW*(1-x))
59         end
60         return deltaE[1]
61 end
62
63 function deltaEplus4(B)
64     deltaEplus(B,2)
65 end

```

```
66
67 function deltaEplus5(B)
68     deltaEplus(B,3)
69 end
70
71 function deltaEplus6(B)
72     deltaEplus(B,4)
73 end
74
75 function deltaEminus2(B)
76     deltaEminus(B,1)
77 end
78
79 function deltaEminus1(B)
80     deltaEminus(B,2)
81 end
82
83 function deltaE(B) #This plots the energy separation in frequency
84     according to the Breit-Rabi formula from 0 to B Gauss.
85     plot(deltaEminus1,range(0,stop=B,length=1000), label="|1>",
86         color="green",
87         xlabel="Campo magnetico [G]", ylabel="Frecuencia [MHz]",
88         title="Breit-Rabi shift", legend=:right,
89         fmt = :png)
90     plot!(deltaEminus2,range(0,stop=B,length=1000),
91         label="|2>", color="red", fmt = :png)
92     plot!(deltaEplus3,range(0,stop=B,length=1000), label="|3>",
93         color="blue", fmt = :png)
94     plot!(deltaEplus4,range(0,stop=B,length=1000),label="|4>",
95         color="purple", fmt = :png)
96     plot!(deltaEplus5,range(0,stop=B,length=1000),label="|5>",
97         fmt = :png)
98     plot!(deltaEplus6,range(0,stop=B,length=1000),label="|6>",
99         fmt = :png)
100 end
101
102 B=1e3
103
104 deltaE(B)
105
106 function delta12(B)
107     d=deltaEminus2(B)-deltaEminus1(B)
```

```
108 end
109
110 function delta23(B)
111     d=deltaEplus3(B)-deltaEminus2(B)
112 end
113
114 function delta13(B)
115     d=deltaEplus3(B)-deltaEminus1(B)
116 end
117
118 B=1000
119 plot(delta12,0,B, label="|1>-|2>", title="Separacion entre los estados",
120 xlabel="Campo magnetico [G]", ylabel="Frecuencia [MHz]", fmt = :png)
121 plot!(delta23,0,B, label="|2>-|3>", fmt = :png)
122 plot!(delta13,0,B, label="|1>-|3>", fmt = :png)
123
124 #The following code is used to calculate the inverse of delta12
125
126 B=[]
127 nu=[]
128
129 #We evaluate the function and invert the variables manually.
130
131 for i in 300:0.01:1200
132     delta=delta12(i)
133     push!(nu,i)
134     push!(B,delta)
135 end
136
137 inversedelta12 = Spline1D(B, nu)
138
139 #This function is able to compute B(nu) for any value between 300 and
140     1200 G.
141
142 I=[]
143 J=[]
144
145 for i in 1:1e-2:1200
146     push!(I,i)
147     push!(J,inversedelta12(i))
148 end
149
150 #Finally we plot our results to prove that the method works.
```

```

150
151 plot(B,nu, label="", title="Inversa de la formula de Breit-Rabi", legend
      =:topleft, xlabel="Frecuencia [MHz]", ylabel="Campo Magnetico [G]",
      xlims=[75,76.5])
152 plot!(I,J, label="Interpolacion",line=(:dash,2))
153
154 #E.g.
155
156 inversedelta12(75.602118)

```

Programa del analizador de polarización. (Arduino)

A continuación se incluye el código escrito en Arduino para la lectura de los voltajes de los fotodiodos y el cálculo de las cantidades asociadas como se describió en el capítulo 6. El programa entrega un *string* de caracteres que contiene los valores de los parámetros de Stokes y el DOP.

```

1
2 #include <math.h>
3 void setup() {
4   // initialize serial communication at n bits per second:
5   Serial.begin(250000);
6 }
7
8 // the loop routine runs over and over again forever:
9 void loop() {
10  // read the input on analog pin 0:
11
12  int D1 = analogRead(A0);
13  // Convert the analog reading (0-1023) to a voltage (0 - 5
14  // then it converts V to Power according to the P.D.
15  // calibration:
16  float power1 = D1 * ((5.0*0.17507591608853) / 1023.0);
17  // print out the value you read:

```

```
18
19  int D2 = analogRead(A1);
20  float power2 = D2 * ((5.0*0.17696595128296) / 1023.0);
21
22
23  int D3 = analogRead(A2);
24  float power3 = D3 * ((5.0*0.17500915965798) / 1023.0);
25
26
27  int D4 = analogRead(A3);
28  float power4 = D4 * ((5.0*0.18084406686763) / 1023.0);
29
30
31  int D5 = analogRead(A4);
32  float power5 = D5 * ((5.0*0.17842566934602) / 1023.0);
33
34
35  int D6 = analogRead(A5);
36  float power6 = D6 * ((5.0*0.17729901251435) / 1023.0)
    +0.00708;
37
38
39  float s0 = (power1+power2+power3+power4+power5+power6);
40  float s1 = (((-power1+power2)/(power1+power2)));
41  float s2 = ((power4-power3)/(power3+power4));
42  float s3 = ((power6-power5)/(power5+power6));
43
44
45  float s2b = (s2+s3)/sqrt(2);
46 //Rotation of the vectors takes into account
47 //the physical rotation of the fiber coupler.
48  float s3b = (-s2+s3)/sqrt(2);
49
50  float p = (sqrt(s1*s1+s2*s2+s3*s3));
51
52  String mensaje = String(s1/p,3)+"#"+String(s3b/p,3)
```

```

53  +"#"+String(s2b/p, 3)+"#"+String(p, 3);
54  Serial.println(mensaje);
55
56  }

```

Programa del analizador de polarización. (Python)

Se incluye también el código escrito en el lenguaje de programación Python para graficar el vector de Stokes y calcular el radio de polarización. El programa lee el *string* producido por el Arduino y calcula mediante el método de Herón el radio de polarización. Asimismo, genera una interfaz donde se grafica en tiempo real el vector de Stokes sobre la esfera de Poincaré y simultáneamente se imprimen en pantalla los valores de todas las cantidades calculadas.

```

1
2  #Packages
3
4  import csv
5  import serial
6  import serial.tools.list_ports
7  import warnings
8  import time
9  from numpy import *
10 import matplotlib.pyplot as plt
11 import matplotlib.animation as animation
12 from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
13 import numpy as np
14
15 #Function for computing the radius of a circle using 3 data points
16 def datatoradius(R_data):
17
18     # Compute length of sides (3D)
19     a = np.sqrt((R_data[1, 0] - R_data[0, 0])**2+(R_data[1, 1]
20 - R_data[0, 1])**2+(R_data[1, 2] - R_data[0, 2])**2)
21     b = np.sqrt((R_data[2, 0] - R_data[0, 0])**2+(R_data[2, 1]
22 - R_data[0, 1])**2+(R_data[2, 2] - R_data[0, 2])**2)
23     c = np.sqrt((R_data[2, 0] - R_data[1, 0])**2+(R_data[2, 1]
24 - R_data[1, 1])**2+(R_data[2, 2] - R_data[1, 2])**2)
25

```

```
26
27     area = np.sqrt((a+(b+c))*(c-(a-b))*(c+(a-b))*(a+(b-c))) / 4      #
28     Heron's formula for triangle's surface
29     den = a*b*c
30     #Avoid division by zero
31     if area==0:
32         #curvature = 0.0
33         radius = 0
34     else:
35         #curvature = (4*k) / den
36         radius = den / (4*area)
37
38     return radius
39
40 #Detect Arduino port automatically
41 arduino_ports = [
42     p.device
43     for p in serial.tools.list_ports.comports()
44     if 'Arduino' in p.description
45 ]
46 if not arduino_ports:
47     raise IOError("No Arduino found")
48 if len(arduino_ports) > 1:
49     warnings.warn('Multiple Arduinos found - using the first')
50 #Initializing Arduino Serial
51 print(arduino_ports)
52 ser = serial.Serial(arduino_ports[0], 115200)
53
54 #For some reason the first data sets in the serial output
55 #tend to be wrong, so we ignore them.
56 for i in range(3):
57     ser.readline()
58
59 #Generating figure ambient
60 fig =plt.figure(figsize=(10,10))
61 ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
62 ax.set_aspect("equal")
63 ax.set_xlabel("X")
64 ax.set_ylabel("Y")
65 ax.set_zlabel("Z")
66 ax.view_init(30, 45)
67
```

```

68 # Draws unitary vectors for reference
69 ax.plot3D([0,1], [0,0], [0,0], 'k')
70 ax.plot3D([0,0], [0,1], [0,0], 'k')
71 ax.plot3D([0,0], [0,0], [0,1], 'k')
72
73 #Draws sphere
74 u, v = mgrid[0:2*pi:30j, 0:pi:30j]
75 x = cos(u)*sin(v)
76 y = sin(u)*sin(v)
77 z = cos(v)
78 theta = linspace(0,2*pi)
79 ax.plot_wireframe(x, y, z, color="k", alpha=0.1)
80
81 #Gets data from the Arduino
82 N_data=100
83 def animate(i):
84     #Erase data points to avoid infinite line
85     ax.clear()
86
87     c=-1
88     R=np.zeros((N_data,3))
89     #We are going to consider N data points
90     for i in range(N_data):
91         #Read last string from serial port
92         readserial=ser.readline()
93         #Changes byte to string and splits it
94         stokesparameters_str=readserial.decode("utf-8").split("\r")[0]
95         try:
96             #Stokes parameters = [S1,S2,S3,P]
97             stokesparameters_float=np.array(stokesparameters_str.split("#"),
98             dtype=float)
99             if len(stokesparameters_float)==4:
100                 c=c+1
101                 #:n reads the first n-1 elements in a vector
102                 R[c]=stokesparameters_float[:3]
103
104         except Exception as e:
105             print (e)
106
107     #Clean removes extra zeros from faulty readings [:b]= [0,b)?
108     R_clean = R[:c+1]
109     radii=datatoradius(R[[0,33,66]])
110

```

```
111 #Plots data points
112 ax.plot3D(R_clean[:,0],R_clean[:,1],R_clean[:,2],"r.")
113 ax.plot_wireframe(x, y, z, color="k", alpha=0.1)
114
115 # Draws reference vectors
116 ax.plot3D([0,1], [0,0], [0,0], 'k')
117 ax.plot3D([0,0], [0,1], [0,0], 'k')
118 ax.plot3D([0,0], [0,0], [0,1], 'k')
119 ax.plot3D(cos(theta), sin(theta), zeros_like(theta), 'b')
120
121 ax.text(1,0,0, "V", color="k", fontsize=15)
122 ax.text(-1,0,0, "H", color="k", fontsize=15)
123 ax.text(0,1,0, "+45", color="k", fontsize=15)
124 ax.text(0,-1,0, "-45", color="k", fontsize=15)
125 ax.text(0,0,1, r"$\sigma^{-}$", color="k", fontsize=15)
126 ax.text(0,0,-1, r"$\sigma^{+}$", color="k", fontsize=15)
127 ax.set_title("S1="+str(stokesparameters_float[0])+"
128 "+"S2="+str(stokesparameters_float[1])+" "+"S3="+
129 str(stokesparameters_float[2])+"
130 "+"DOP="+str(stokesparameters_float[3])+"
131 "+"R="+str(round(radii, 2)))
132
133 ax.set_xlim(-1.5,1.5)
134 ax.set_ylim(-1.5,1.5)
135 ax.set_zlim(-1.5,1.5)
136 anim = animation.FuncAnimation(fig, animate, interval=200)
137 plt.show()
```

Bibliografía

- [1] Chin, C. *et al.* Observation of the Pairing Gap in a Strongly Interacting Fermi Gas. *Science* **305**, 1128–1130 (2004). URL <http://dx.doi.org/10.1126/science.1100818>.
- [2] Bourdel, T. *et al.* Experimental Study of the BEC-BCS Crossover Region in Lithium 6. *Phys. Rev. Lett.* **93**, 050401 (2004). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.93.050401>.
- [3] Zwerger, W. *The BCS-BEC Crossover and the Unitary Fermi Gas (Lecture Notes in Physics)*, vol. 12 (Springer, 2012).
- [4] Jin, D. & Regal, C. Fermi gas experiments. *Proceedings of the International School of Physics. Course CLXIV Enrico Fermi* **80**, 18–21 (2007).
- [5] Regal, C. A., Greiner, M. & Jin, D. S. Observation of Resonance Condensation of Fermionic Atom Pairs. *Phys. Rev. Lett.* **92**, 040403 (2004). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.92.040403>.
- [6] Zwierlein, M. W., Schirotzek, A., Schunck, C. H. & Ketterle, W. Fermionic superfluidity with imbalanced spin populations. *Science* **311**, 492–496 (2006). URL <https://science.sciencemag.org/content/311/5760/492>. <https://science.sciencemag.org/content/311/5760/492.full.pdf>.
- [7] Nozieres, P. & Schmitt-Rink, S. Bose condensation in an attractive fermion gas: From weak to strong coupling superconductivity. *J. Low Temp. Phys.; (United States)* **59** (1985).
- [8] Reif, F. *Fundamentals of Statistical and Thermal Physics*, vol. 5 (McGraw-Hill, 1968).

- [9] Pethick, C. J. & Smith, H. *Bose-Einstein condensation in dilute gases* (Cambridge University Press, 2008).
- [10] Einstein, A. Quantentheorie des einatomigen idealen Gases. (German) [Quantum Theory of a monoatomic ideal gas]. *Königliche Preussische Akademie der Wissenschaften* 261–267 (1924).
- [11] Bose, S. Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese. (German) [Planck's law and light quantum hypothesis.]. *Zeitschrift für Physik* 178–181 (1924).
- [12] Anderson, M. H., Ensher, J. R., Matthews, M. R., Wieman, C. E. & Cornell, E. A. Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor. *Science* **269**, 198–201 (1995). URL <https://science.sciencemag.org/content/269/5221/198>. <https://science.sciencemag.org/content/269/5221/198.full.pdf>.
- [13] Bradley, C. C., Sackett, C. A., Tollett, J. J. & Hulet, R. G. Evidence of Bose-Einstein Condensation in an Atomic Gas with Attractive Interactions. *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687–1690 (1995). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.75.1687>.
- [14] Bradley, C. C., Sackett, C. A. & Hulet, R. G. Bose-einstein condensation of lithium: Observation of limited condensate number. *Phys. Rev. Lett.* **78**, 985–989 (1997). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.78.985>.
- [15] Bagnato, V., Pritchard, D. E. & Kleppner, D. Bose-Einstein condensation in an external potential. *Phys. Rev. A* **35**, 4354–4358 (1987). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.35.4354>.
- [16] Dalfovo, F., Giorgini, S., Pitaevskii, L. P. & Stringari, S. Theory of bose-einstein condensation in trapped gases. *Rev. Mod. Phys.* **71**, 463–512 (1999). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.71.463>.
- [17] DeMarco, B. & Jin, D. S. Onset of Fermi Degeneracy in a Trapped Atomic Gas. *Science* **285**, 1703–1706 (1999). URL <https://science.sciencemag.org/content/285/5434/1703>.
- [18] Chin, C., Grimm, R., Julienne, P. & Tiesinga, E. Feshbach resonances in ultracold gases. *Rev. Mod. Phys.* **82**, 1225–1286 (2010). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.82.1225>.

- [19] Bartenstein, M. *et al.* Precise Determination of ${}^6\text{Li}$ Cold Collision Parameters by Radio-Frequency Spectroscopy on Weakly Bound Molecules. *Phys. Rev. Lett.* **94**, 103201 (2005). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.94.103201>.
- [20] Inouye, S. *et al.* Observation of Feshbach resonances in a Bose-Einstein condensate. *Nature* **392**, 151–154 (1998).
- [21] Giorgini, S., Pitaevskii, L. P. & Stringari, S. Theory of ultracold atomic Fermi gases. *Rev. Mod. Phys.* **80**, 1215–1274 (2008). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.80.1215>.
- [22] Ferlaino, F., Knoop, S. & Grimm, R. Ultracold Feshbach Molecules. In Roman Krens, B. F. & Stwalley, W. (eds.) *Cold Molecules: Theory, Experiment, Applications*, 95 – 170 (CRC Press, 2008). URL <https://arxiv.org/abs/0809.3920>.
- [23] Cooper, L. N. Bound Electron Pairs in a Degenerate Fermi Gas. *Phys. Rev.* **104**, 1189–1190 (1956). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.104.1189>.
- [24] Bardeen, J., Cooper, L. N. & Schrieffer, J. R. Microscopic Theory of Superconductivity. *Phys. Rev.* **106**, 162–164 (1957). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.106.162>.
- [25] Bardeen, J., Cooper, L. N. & Schrieffer, J. R. Theory of Superconductivity. *Phys. Rev.* **108**, 1175–1204 (1957). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.108.1175>.
- [26] Gehm, M. *Preparation of an optically-trapped degenerate Fermi gas of ${}^6\text{Li}$: Finding the route to degeneracy.* Ph.D. thesis, Duke University (2003). URL <https://www.physics.ncsu.edu/jet/techdocs/pdf/PropertiesOfLi.pdf>. Appendix A (pp. 225).
- [27] Foot, C. *Atomic Physics*. Oxford Master series in Physics (Oxford University Press, 2005).
- [28] Elton, D. & Chia-Yi, J. Optical Pumping of Rubidium Vapor (2012). URL http://moreisdifferent.com/wp-content/uploads/2015/07/lab1_optical_pumping_dan_elton.pdf.

- [29] Schoenberg, J. Contributions to the problem of approximation of equidistant data by analytic functions. *Quart. Appl. Math.* **4**, 45–9 (1946). URL <https://www.ams.org/journals/qam/1946-04-02/S0033-569X-1946-16705-2/S0033-569X-1946-16705-2.pdf>.
- [30] Hernández-Rajkov, D. *et al.* Experimental setup for the production of ultracold strongly correlated fermionic superfluids of ${}^6\text{Li}$. *Revista Mexicana de Física* **66**, 388–403 (2020).
- [31] Ibarra-García-Padilla, E. *Diseño de los sistemas de ultra-alto vacío y de control para experimentos con gases cuánticos de litio*. B.Sc. Thesis, UNAM (2016). URL <https://lanmac.org.mx/es/labs/lmu>.
- [32] Metcalf, H. & van der Straten, P. *Laser Cooling and Trapping*. Graduate Texts in Contemporary Physics (Springer New York, 2001).
- [33] Castin, Y., Wallis, H. & Dalibard, J. Limit of Doppler cooling. *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2046–2057 (1989). URL <http://josab.osa.org/abstract.cfm?URI=josab-6-11-2046>.
- [34] Prodan, J. *et al.* Stopping Atoms with Laser Light. *Phys. Rev. Lett.* **54**, 992–995 (1985). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.54.992>.
- [35] Hernández-Rajkov, D. *Enfriamiento Doppler y sub-Doppler de un gas atómico de ${}^6\text{Li}$* . B.Sc. Thesis, UNAM (2018). URL <https://lanmac.org.mx/es/labs/lmu>.
- [36] Grier, A. T. *et al.* Λ -enhanced sub-Doppler cooling of lithium atoms in D_1 gray molasses. *Phys. Rev. A* **87**, 063411 (2013). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.87.063411>.
- [37] Burchianti, A. *et al.* Efficient all-optical production of large ${}^6\text{Li}$ quantum gases using D_1 gray-molasses cooling. *Physical Review A* **90** (2014).
- [38] Dalibard, J. & Cohen-Tannoudji, C. Laser cooling below the doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models. *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2023–2045 (1989). URL <http://josab.osa.org/abstract.cfm?URI=josab-6-11-2023>.
- [39] Grimm, R., Weidemüller, M. & Ovchinnikov, Y. B. Optical Dipole Traps for Neutral Atoms. In Bederson, B. & Walther, H. (eds.) *Advances In Ato-*

- mic, Molecular, and Optical Physics*, vol. 42, 95 – 170 (Academic Press, 2000). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1049250X0860186X>.
- [40] Oxford-Instruments. Andor Manual: Fast Kinetics mode. <https://andor.oxinst.com/learning/view/article/fast-kinetics-mode>.
- [41] Griffiths, D. J. *Introduction to Quantum Mechanics (2nd Edition)* (Pearson Prentice Hall, 2004).
- [42] Gerry, C. C. & Knight, P. L. *Introductory Quantum Optics* (Cambridge Univ. Press, 2008).
- [43] Zhang, Y. *Radio Frequency Spectroscopy Of a Quasi-Two-Dimensional Fermi Gas*. Ph.D. thesis, Duke University (2013). URL <https://dukespace.lib.duke.edu/dspace/handle/10161/7136>.
- [44] Landau, L. Zur theorie der energieubertragung. ii. *Physikalische Zeitschrift der Sowjetunion* **2**, 46–51 (1932).
- [45] Landau, L. A Theory of Energy Transfer. II. In Haar, D. (ed.) *Collected Papers of L.D. Landau*, 63 – 66 (Pergamon, 1965). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780080105864500146>.
- [46] Zener, C. & Fowler, R. H. Non-adiabatic crossing of energy levels. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character* **137**, 696–702 (1932).
- [47] Cohen-Tannoudji, C., Dupont-Roc, J. & Grynberg, G. *The Dressed Atom Approach*, chap. 6, 407–514 (John Wiley and Sons, Ltd, 2008). URL <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/9783527617197.ch6>.
- [48] Anh, H. & Chibotaru, L. A simple derivation of the Landau-Zener formula. *Physical chemistry chemical physics : PCCP* **16** (2014).
- [49] Dean-Straw, R. *The ARRL Antenna Book*. (The American Radio Relay League Inc., 1998), 18 edn.

- [50] Austin, B. A., Boswell, A. & Perks, M. A. Loss Mechanisms in the Electrically Small Loop Antenna [Antenna Designer's Notebook]. *IEEE Antennas and Propagation Magazine* **56**, 142–147 (2014).
- [51] Wenz, A. *Few-Body Physics in a Three-Component Fermi Gas*. Master's thesis, University of Heidelberg (2009). URL <https://www.semanticscholar.org/paper/Few-Body-Physics-in-a-Three-Component-Fermi-Gas-Wenz/47a1f2fae999a7b2da20cbc2bbd4d2b635566cd0>.
- [52] Wikimedia-Commons. Large and small loop antenna patterns. (2017). URL https://en.wikipedia.org/wiki/File:Large_and_small_loop_antenna_patterns.jpg.
- [53] Ludwig, R. & Bretchko, P. *RF Circuit Design: Theory and Applications*. Pearson international edition (Prentice-Hall, 2000).
- [54] Radicella, S. *Reflectometry*. ICTP Radio Laboratory Handbook 2004 (ICTP, 2004). URL <http://wireless.ictp.it/handbook/C6.pdf>.
- [55] Vutha, A. C. A simple approach to the Landau-Zener formula. *European Journal of Physics* **31**, 389–392 (2010). URL <https://doi.org/10.1088/0143-0807/31/2/016>.
- [56] Amico, A. *Probing the many body dynamics of ultracold repulsive Fermi gases of lithium atoms*. Ph.D. thesis, Università degli Studi di Firenze (2018). URL <http://quantumgases.lens.unifi.it/publications/theses>.
- [57] Zhang, Y., Ong, W., Arakelyan, I. & Thomas, J. E. Polaron-to-polaron transitions in the radio-frequency spectrum of a quasi-two-dimensional fermi gas. *Phys. Rev. Lett.* **108**, 235302 (2012). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.108.235302>.
- [58] Wikimedia-Commons. Generación de una polarización circular usando una lámina de cuarto de onda y un filtro polarizador. (2015). URL <https://es.m.wikipedia.org/wiki/Archivo:Circular.Polarization.Circularly.Polarized.Light.Circular.Polarizer.Creating.Left.Handed.Helix.View.svg>.
- [59] Collet, E. *Field Guide to Polarization*, vol. 5 (SPIE Press, 2005).
- [60] Jenkins, F. *Fundamentals of Optics* (McGraw-Hill, 2001), 4th edn.

- [61] Carter, A. PANDA-style fibers move beyond telecom. *Laser Focus World* **40**, 11 – 14 (2004).
- [62] Weisstein, E. Circumradius. <http://mathworld.wolfram.com/Circumradius.html> (2017).
- [63] Azzam, R. Division-of-amplitude Photopolarimeter (DOAP) for the Simultaneous Measurement of All Four Stokes Parameters of Light. *Optica Acta: International Journal of Optics* **29**, 695 – 689 (1982).
- [64] Thorlabs. FDS-100 Specification Sheet. <https://www.thorlabs.com/thorproduct.cfm?partnumber=FDS100> (2017).
- [65] Faraday, M. On a Peculiar Class of Acoustical Figures; and on Certain Forms Assumed by Groups of Particles upon Vibrating Elastic Surfaces. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* **121**, 299–340 (1831). URL <http://www.jstor.org/stable/107936>.
- [66] Nguyen, J. H. V. *et al.* Parametric Excitation of a Bose-Einstein Condensate: From Faraday Waves to Granulation. *Phys. Rev. X* **9**, 011052 (2019). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevX.9.011052>.
- [67] García-Ripoll, J. J., Pérez-García, V. M. & Torres, P. Extended Parametric Resonances in Nonlinear Schrödinger Systems. *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1715–1718 (1999). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.83.1715>.
- [68] Staliunas, K., Longhi, S. & de Valcárcel, G. J. Faraday Patterns in Bose-Einstein Condensates. *Phys. Rev. Lett.* **89**, 210406 (2002). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.89.210406>.
- [69] Nicolin, A. I., Carretero-González, R. & Kevrekidis, P. G. Faraday waves in Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. A* **76**, 063609 (2007). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.76.063609>.
- [70] Tang, R.-A., Li, H.-C. & Xue, J.-K. Faraday instability and Faraday patterns in a superfluid Fermi gas. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* **44**, 115303 (2011). URL <https://doi.org/10.1088>.
- [71] Capuzzi, P. & Vignolo, P. Faraday waves in elongated superfluid fermionic clouds. *Phys. Rev. A* **78**, 043613 (2008). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.78.043613>.

- [72] Engels, P., Atherton, C. & Hofer, M. A. Observation of Faraday Waves in a Bose-Einstein Condensate. *Phys. Rev. Lett.* **98**, 095301 (2007). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.98.095301>.
- [73] Fedichev, P. O., Kagan, Y., Shlyapnikov, G. V. & Walraven, J. T. M. Influence of Nearly Resonant Light on the Scattering Length in Low-Temperature Atomic Gases. *Phys. Rev. Lett.* **77**, 2913–2916 (1996). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.77.2913>.
- [74] Marinescu, M. & You, L. Controlling Atom-Atom Interaction at Ultralow Temperatures by dc Electric Fields. *Phys. Rev. Lett.* **81**, 4596–4599 (1998). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.81.4596>.
- [75] Smits, J., Liao, L., Stoof, H. T. C. & van der Straten, P. Observation of a Space-Time Crystal in a Superfluid Quantum Gas. *Phys. Rev. Lett.* **121**, 185301 (2018). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.121.185301>.
- [76] Staliunas, K., Longhi, S. & de Valcárcel, G. J. Faraday Patterns in Bose-Einstein Condensates. *Phys. Rev. Lett.* **89**, 210406 (2002). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.89.210406>.
- [77] Romero-Rochín, V. Ondas de Faraday en un condensado “cigar-shape”, a la Thomas-Fermi, por modulación de la frecuencia radial. Unpublished Notes (2019).