

# Universidad Nacional Autónoma de México

### FACULTAD DE CIENCIAS

# DISEÑO Y PROYECCIÓN DE TRAMPAS MAGNÉTICAS Y ÓPTICAS PARA EXPERIMENTOS DE GASES ULTRAFRÍOS DE LITIO

# T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE: Físico

PRESENTA: Jesús Ernesto Carro Martínez

DIRECTOR DE TESIS: Dr. Jorge Amin Seman Harutinian



Ciudad Universitaria, México DF

Junio, 2016



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

#### DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

### Diseño y proyección de trampas magnéticas y ópticas para experimentos de gases ultrafríos de Litio

por

### Jesús Ernesto Carro Martínez

Tesis presentada para obtener el título de

Físico

en la

FACULTAD DE CIENCIAS

### Universidad Nacional Autónoma de México

Ciudad Universitaria, México DF. Junio, 2016

Hoja de datos del jurado.

 Datos del alumno Carro Martínez Jesús Ernesto 412000414 Universidad Nacional Autónoma de México Facultad de Ciencias Física

2. Datos del tutor

Dr.

Harutinian

Seman

Jorge Amin

3. Datos del sinodal 1

 $\mathrm{Dr.}$ 

 $\operatorname{Ram{i}rez}$ 

Martínez

Fernando

4. Datos del sinodal 2

Dr.

Sahagún

Sánchez

Daniel

5. Datos del sinodal 3

Dr.

Reyes

Coronado

Alejandro

6. Datos del sinodal 4

 $\mathrm{Dr.}$ 

Espejel

Morales

Raúl Arturo

7. Datos del trabajo escrito

Diseño y proyección de trampas magnéticas y ópticas para experimentos de gases ultrafríos de Litio 92 p. Junio, 2016

A mis padres: Isabel y Anastacio.

# Agradecimientos

A mis padres, Isabel y Anastacio, y a mi hermana, Natalia, por todo el cariño e impulso que me han dado en todos los aspectos de mi vida.

A toda mi gran familia y, en particular, a mis abuelos, Nunila y Vicente, Ernestina y Salomón, por su guía, fortaleza y cariño.

Al Dr. Jorge Seman, por su confianza e incondicional apoyo, a quien en particular le agradezco por introducirme en este fantástico y emocionante campo de la física.

A los Doctores Rosario Paredes y Víctor Romero, por todos sus consejos y apoyo en estos años.

A mis amigos y compañeros en el laboratorio, Lalo y Jackson, no sólo por compartir sus conocimientos y amistad conmigo, sino por ser mi mejor ejemplo de pasión y dedicación a la física. En particular, quiero agradecerles por toda la ayuda e ideas proporcionadas en el desarrollo de este trabajo.

A mi primo, Marco Antonio *Mali*, quien me acompañó y apoyó durante mis primeros semestres.

A mis amigos Lydia y Mario, porque sin ustedes mi carrera no tendría tantos momentos felices y divertidos.

A mis amigos Ilse y Hebert, porque a pesar de la distancia y tiempo, ustedes siempre han sido una gran fuente de alegría y felicidad para mi.

A la Dra. Rocío Jáuregui, responsable técnica del Laboratorio Nacional de Materia Cuántica: Materia Ultrafría e Información Cuántica (LANMAC).

Al Dr. Roberto Gleason y al Ing. Marco Antonio Veytia, principales encargados de la construcción del Laboratorio de Materia Ultrafría.

A todos mis amigos del CBTis 03, de la Facultad de Ciencias y del Instituto de Física de la UNAM.

El desarrollo de esta tesis ha sido financiado por los proyectos de investigación: DGAPA-PAPIIT (UNAM) IA101716 Estudio de turbulecia cuántica en superfluidos atómicos, DGAPA-PAPIIT (UNAM) IN107014 Líquidos cuánticos de Bose y Fermi y al proyecto de CONACyT Laboratorio Nacional de Materia Cuántica: Materia Ultrafría e Información Cuántica con clave 232652. Cerrar los ojos no va a cambiar nada. Nada va a desaparecer simplemente por no ver lo que está pasando. De hecho, las cosas serán aún peor la próxima vez que los abras. Sólo un cobarde cierra los ojos. Cerrar los ojos y taparse los oídos no va a hacer que el tiempo se detenga. HARUKI MURAKAMI

# Índice general

1.	Intr	oducción	1
2.	es cuánticos ultrafríos	6	
	2.1.	Gas de Bose	7
		2.1.1. Gas de Bose ideal	8
		2.1.2. Condensado de Bose-Einstein	10
	2.2.	Gas de Fermi	12
		2.2.1. Gas de Fermi ideal	12
		2.2.2. Gas de Fermi con interacciones y teoría BCS	14
	2.3.	Resonancias de Feshbach	14
		2.3.1. Teoría de dispersión en gases ultrafríos	15
		2.3.2. Resonancias de Feshbach y el cruce BEC-BCS	17
		2.3.3. Resonancias de Feshbach en <sup>6</sup> Li $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	20
	2.4.	¿Por qué litio?	24
3.	Enfi	riamiento láser de átomos	26
	3.1.	Interacción luz-átomo	27
	3.2.	Esquemas de enfriamiento y rebombeo	32
	3.3.	Desacelerador Zeeman	34
	3.4.	Melaza óptica y trampa magneto-óptica (MOT)	41
		3.4.1. Melaza óptica	42

		3.4.2. MOT	43		
	3.5.	Sistema láser	50		
4.	Pot	enciales conservativos para átomos ultrafríos	56		
	4.1.	Potenciales gaussianos	57		
		4.1.1. Enfriamiento evaporativo	60		
	4.2.	Trampa óptica de dipolo con curvatura magnética	65		
5.	Can	npos de Feshbach	72		
	5.1.	Formación de moléculas de Feshbach	73		
	5.2.	Configuraciones para la resonancia de Feshbach del $^6\mathrm{Li}$	75		
		5.2.1. Primera configuración	75		
		5.2.2. Segunda configuración	78		
	5.3.	Bobinas de la cámara	80		
6.	Con	clusiones	83		
	6.1.	Perspectivas	84		
А.	A. Sistema óptico principal completo				
в.	B. Sistema anclaje completo				

# Capítulo 1

### Introducción

Los átomos pueden ser clasificados de acuerdo a su espín total. Los átomos con espín entero son bosones, los cuales siguen la estadística de Bose-Einstein y tienen una función de onda simétrica, mientras los átomos con espín semi-entero son fermiones y siguen la estadística de Fermi-Dirac con una función de onda antisimétrica. Esto lleva a la principal diferencia entre estas dos especies de átomos: dos bosones o más pueden ocupar el mismo estado cuántico, sin embargo en los fermiones este fenómeno no es posible, pues su comportamiento es determinado por el principio de exclusión de Pauli.

Desde finales del siglo pasado, ha sido experimentalmente posible preparar gases diluidos de átomos de estas dos especies en un régimen donde su comportamiento cuántico puede ser observado. Esto se logra enfriando una nube atómica atrapada hasta ultrabajas temperaturas y, por tanto, incrementando su densidad de espacio de fase hasta que las funciones de onda de los átomos empiezan a superponerse. En este punto, nuevos fenómenos han sido observados, destacando la realización experimental del primer condensado de Bose-Einstein en 1995 [1, 2, 3] y el primer gas cuántico degenerado de Fermi en 1999 [4].

Una gran ventaja de los átomos ultrafríos es la posibilidad de manipular algunos de sus grados de libertad externos e internos. Por ejemplo, la geometría de una trampa de confinamiento y profundidad puede ser ajustada cambiando los parámetros del láser de atrapamiento o de los campos magnéticos. Además, la intensidad de la interacción entre los átomos puede ser controlada con la ayuda de resonancias de Feshbach [5], con las cuales uno puede cambiar el carácter de las interacciones de atractivo a repulsivo, permitiendo obtener un gas con interacciones muy débiles o uno fuertemente interactuante.

Un aspecto adicional es la existencia de un estado molecular diatómico, ligado débilmente, para el caso de interacciones repulsivas. Estas moléculas pueden estar formadas por fermiones, bosones o una mezcla de ambos. En el caso de moléculas constituidas por fermiones de la misma especie, las moléculas son bosónicas y, para temperaturas por debajo de una temperatura crítica, pueden formar un condensado de Bose-Einstein (BEC) [6, 7, 8]. En consecuencia, el lado de la resonancia de Feshbach que permite interacciones repulsivas fue llamado lado o rama BEC.

En el otro lado de la resonancia, en donde las interacciones son atractivas, el sistema consiste de fermiones con una interacción atractiva, como fue propuesto en la teoría de Bardeen, Cooper y Schrieffer de superfluidez [9]. La región de interacciones fuertes alrededor de la resonancia de Feshbach, que relaciona los dos límites de superfluidez de los estados de BEC y BCS, es conocido como el cruce BEC-BCS [10, 11].

Por dichos motivos, los átomos ultrafríos pueden ser empleados como una nueva herramienta para simular sistemas cuánticos de muchos cuerpos [12], debido al control de muchos de los parámetros experimentales. Además, la combinación de gases atómicos ultrafríos y potenciales ópticos ha llevado a un nuevo camino para estudiar problemas abiertos de materia condensada. Ejemplos destacables de la simulación cuántica con gases ultrafríos son la realización del superfluido a la transición aislante Mott [13] y la primera observación experimental de la fase de transición Dicke en un condensado de Bose-Einstein en una cavidad [14].

Por tales motivos, el Instituto de Física de la UNAM ha creado el Laboratorio de Materia Ultrafría, que forma parte del Laboratorio Nacional de Materia Cuántica (LAN-MAC), financiado por CONACyT y por la UNAM, en el que participan otras nueve instituciones de investigación científicas del país. En el Laboratorio de Materia Ultrafría tenemos como objetivo la construcción del primer laboratorio de gases cuánticos ultrafríos de nuestro país, en donde podremos estudiar gases cuánticos degenerados compuestos ya sea por bosones como por fermiones. Este experimento será capaz de producir una muestra ultrafría, con una temperatura del orden de centenas de nanoKelvin, en condiciones de ultra-alto vacío, utilizando técnicas láser para el enfriamiento y captura de los átomos, así como la producción de diferentes campos magnéticos para confinamiento y manipulación de la muestra.

Esta tesis tiene como objetivo describir parte del sistema experimental para la producción de gases ultrafríos de átomos fermiónicos y bosónicos de litio, <sup>6</sup>Li y <sup>7</sup>Li. En particular, en este trabajo, se mostrará el diseño y proyección de varios de los sistemas más importantes del experimento. Esto incluye el sistema de enfriamiento láser, que consiste en una primera fase de enfriamiento de un haz de átomos, por medio de un desacelerador tipo Zeeman [15]. Estos átomos posteriormente serán capturados y enfriados aún más por medio de una trampa magneto-óptica que combina la técnica de enfriamiento láser con la técnica de captura magnética [16, 17].

Además, se presentará el diseño de las bobinas que generarán el campo magnético requerido para la manipulación de las interacciones, por medio de las resonancias de Feshbach, y también veremos la contribución al diseño del sistema óptico para generar las diferentes frecuencias láser, necesarias para enfriar los átomos.

Finalmente, también se mostrará una trampa óptica de dipolo combinada con una curvatura magnética, donde se capturarán lo átomos enfriados en las fases mencionadas anteriormente y donde los gases cuánticos serán producidos y estudiados.

Esta tesis está organizada de la siguiente forma:

 En el capítulo 2 presentamos una breve revisión de la teoría de gases ultrafríos de Fermi y Bose, enfocándonos en las interacciones de dispersión entre los átomos y la posibilidad de sintonizarlas por medio de resonancias de Feshbach. Además, el cruce BEC-BCS y las propiedades de las especies atómicas a usar en nuestros experimentos son introducidos.

- En el capítulo 3 se revisan aspectos fundamentales de las interacciones luz-átomo, para después describir las técnicas de enfriamiento y confinamiento a usar en nuestro experimento. El desacelerador Zeeman y la MOT son discutidas en detalle. Por último, presentamos brevemente el sistema óptico para producir las diferentes frecuencias láser a usar en el experimento.
- En el capítulo 4 damos una revisión más detallada del carácter conservativo de la interacción luz-átomo, presentando las trampas ópticas de dipolo generadas por haces gaussianos. En este mismo capítulo se presenta una descripción del enfriamiento evaporativo [18], método por el que se realizará el enfriamiento de átomos en las trampas ópticas de dipolo, estudiándolo como un proceso discreto, lo cual proporciona una guía para optimizar el proceso de enfriamiento. Además, se da una revisión detallada de la generación de curvatura magnética por medio de bobinas circulares y su implementación para producir potenciales confinantes. Finalmente, mostramos el sistema a usar en nuestro experimento, el cual consiste de una trampa óptica de dipolo de un solo haz gaussiano focalizado y una curvatura magnética.
- En el capítulo 5 se da una introducción a la formación de moléculas diatómicas de enlace débil a través de una resonancia de Feshbach. Esto permite describir nuestro futuro sistema experimental para estudiar el cruce BEC-BCS y, en particular, la formación y condensación de moléculas de Feshbach.
- En el capítulo 6 se presentan las conclusiones generales del trabajo. Además, describimos los siguientes pasos en el montaje de nuestro experimento y nuestras perspectivas futuras.

Para diseñar los sistemas mencionados, realicé diferentes programas computacionales para simular el campo magnético del desacelerador Zeeman y las bobinas de la cámara principal. Además, tales programas son capaces de determinar propiedades importantes de las bobinas, como son la inductancia, tiempo de descarga, resistencia, potencia disipada y longitud de alambre necesario para construirlas. Por otro lado, los programas que desarrollé también permiten determinar el comportamiento de los átomos a usar en nuestro experimento con los sistemas simulados. Igualmente, realicé programas para simular la interacción entre átomos de <sup>6</sup>Li con diferentes tipos de trampas ópticas de dipolo, como son trampas de haz focalizado, de onda estacionaria, haces cruzados y redes ópticas.

Todos los programas desarrollados, realizados en *Python* y *Mathematica*, se pueden consultar libremente en el siguiente link: http://github.com/lololobo93/LMU.

# Capítulo 2

### Gases cuánticos ultrafríos

El comportamiento de un gas, especialmente sus propiedades estadísticas, dependen de la temperatura T. A altas temperaturas, un gas puede ser considerado como un conjunto de partículas puntuales, donde su estadística es descrita por la distribución de Maxwell-Boltzmann.

En cambio, para temperaturas bajas, las partículas no pueden ser consideradas como puntuales, en cuyo caso los gases son descritos como paquetes de onda cuánticos. La condición para tener un gas cuántico es  $V/N \lesssim \lambda_T^3$ , donde

$$\lambda_T = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{mk_B T}},\tag{2-1}$$

es la longitud de onda de De Broglie, N/V es la densidad de partículas, m es la masa de la partícula y  $k_B$  es la constante de Boltzmann. Es en este límite donde las diferencias entre bosones y fermiones aparecen. Los bosones se condensan en el estado base del potencial confinante, lo cual marca el comienzo de la condensación de Bose-Einstein. En cambio, los fermiones ocupan cada estado del potencial con una sola partícula. Por tanto, no existe una ocupación macroscópica del estado base para fermiones. Esto se presenta en la figura 2-1.

El propósito de este capítulo es introducir algunos conceptos y definiciones básicas de



Figura 2-1: Diferentes configuraciones para un sistema de bosones (izquierda) y fermiones (derecha) a temperatura cero. Imagen tomada de [19].

dichos gases cuánticos. En una primera parte, las propiedades básicas de los gases de Bose y de Fermi son presentadas en las secciones 2.1 y 2.2, respectivamente. Posteriormente, en 2.3 se aborda la resonancia de Feshbach como una herramienta para sintonizar la intensidad de la interacción entre partículas y, de esta forma, explorar el cruce BEC-BCS. Finalmente, en la sección 2.4 se proporcionan las razones por las cuales emplearemos los isótopos fermiónicos y bosónicos de litio, <sup>6</sup>Li y <sup>7</sup>Li, en nuestros experimentos.

### 2.1. Gas de Bose

El propósito de esta sección es decribir algunas de las características básicas de los gases de Bose y BECs. Primero, en 2.1.1, un gas de Bose ideal sin interacciones y el caso degenerado de un BEC sin interacciones son descritos; posteriormente, en 2.1.2 se presenta el caso de un BEC con interacciones. Este último se describe por la ecuación de Gross-Pitaevskii, que se obtiene de considerar un sistema de muchos cuerpos en el límite en que el sistema es muy diluido y con interacciones binarias de contacto. Además, por medio de la aproximación de Thomas-Fermi, calculamos la densidad y potencial químico del sistema en una forma simple.

Para una revisión detallada del fenómeno de condensación de Bose-Einstein, el libro de Pethick y Smith [20] es ampliamente recomendable.

#### 2.1.1. Gas de Bose ideal

Un gas ideal de Bose consiste de partículas sin interacciones y, en el caso de equilibrio termodinámico, el número de ocupación  $N_i$  del estado *i* de una sola partícula con energía  $\epsilon_i$  está dado por la distribución de Bose-Einstein,

$$N_{i} = n(\epsilon_{i}) = \frac{1}{\exp[(\epsilon_{i} - \mu)/k_{B}T] - 1},$$
(2-2)

donde  $\mu$  es el potencial químico, que está determinado por la condición de normalización  $N = \sum_{i} N_i$  y puede ser calculada como una función de la temperatura T y del número total de partículas.

En el límite de altas temperatura  $(T \to \infty)$ , la distribución de Bose-Einstein se aproxima a la distribución de Maxwell-Boltzmann. Sin embargo, para bajas temperaturas el potencial químico  $\mu$  tiende a la energía  $\epsilon_0$  del estado base y, entonces, el número de ocupación  $N_0$  del estado base está dado por

$$N_0 = n(\epsilon_0) = \frac{1}{\exp[(\epsilon_0 - \mu)/k_B T] - 1}.$$
(2-3)

En el caso en que  $\mu \to \epsilon_0$ ,  $N_0$  se hace muy grande y es esta ocupación del estado base el origen de la condensación de Bose-Einstein.

El número total de partículas  $N = N_0 + N_T$  está dado por las partículas en el estado base  $N_0$  y el número de partículas en cualquier otro estado  $N_T$ , donde este último está determinado por una suma sobre todas las energías  $\epsilon_i \neq \epsilon_0$  y la degeneración de cada nivel de energía  $g_i$ , entonces

$$N_T = \sum_{i \neq 0} g_i N_i = \sum_{i \neq 0} g_i n(\epsilon_i).$$
(2-4)

En la aproximación semi-clásica de Thomas-Fermi, la cual es válida suponiendo que el número de partículas en el sistema es grande y el espaciamiento energético entre estados es mucho menor que la energía cinética promedio de las partículas, podemos reemplazar la suma por una integral y la degeneración de estados  $g_i$  por la densidad de estados  $D(\epsilon)$ , la cual está determinada por el potencial externo  $U(\mathbf{r})$  [21],

$$D(\epsilon) = \frac{2\pi (2m)^{3/2}}{h^3} \int_{V(\epsilon)} \sqrt{\epsilon - U(\mathbf{r})} d^3 r, \qquad (2-5)$$

siendo  $V(\epsilon)$  el espacio disponible para los átomos con energía  $\epsilon$  y masa m. Usando esto podemos escribir  $N_T$  como

$$N_T = \int_0^\infty n(\epsilon) D(\epsilon) d\epsilon.$$
(2-6)

Para una trampa armónica anisotrópica dada por

$$U(x, y, z) = \frac{1}{2}m\left(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2\right),$$
(2-7)

donde  $\omega_i$  es la frecuencia de oscilación en la dirección i, es posible demostrar que la densidad de estados es

$$D(\epsilon) = \frac{\epsilon^2}{2\hbar^3 \omega_x \omega_y \omega_z}.$$
(2-8)

Sustituyendo la ecuación (2-8) en (2-6), realizando la integral para una temperatura fija T y considerando  $\mu \to \epsilon_0$ , existe un máximo de  $N_T$  dado por

$$N_T^{max} = N - N_0 = \zeta(3) \left(\frac{k_B T}{\hbar \bar{\omega}}\right)^3, \qquad (2-9)$$

donde  $\zeta$  es la función zeta de Riemann y  $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$  es la media geométrica de las frecuencias de confinamiento. En el caso en que  $N_T^{max} \to 0$ , se tendrá un número macróscopico de partículas en el estado base, lo cual da lugar a la condensación de Bose-Einstein. Una temperatura crítica  $T_c$  puede ser asociada a este fenómeno y se obtiene de la ecuación (2-9),

$$T_c = \frac{\hbar\bar{\omega}}{k_B} \left(\frac{N}{\zeta(3)}\right)^{1/3}.$$
(2-10)

Finalmente, encontramos la población del estado base como una función de la tem-

peratura [22, 23]

$$N_0 = N \left[ 1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^3 \right].$$
(2-11)

#### 2.1.2. Condensado de Bose-Einstein

A diferencia del gas ideal de Bose sin interacciones, en esta parte se incluyen las interacciones entre partículas, donde el parámetro de mayor importancia para describir estas interacciones es la longitud de dispersión a [24], cuyo origen explicaremos en detalle en la sección 2.3.1, que da lugar a la condición

$$n|a|^3 \ll 1,$$
 (2-12)

donde *n* es la densidad de partículas. Si tal condición es satisfecha entonces las interacciones son débiles y pueden ser descritas por una aproximación de campo medio. Con esta base Gross [25] y Pitaevskii [26] mostraron independientemente que a T = 0 y en el límite  $N \gg 1$ , la función de onda del condensado sigue la ecuación de Gross-Pitaevskii,

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(\mathbf{r},t) = \left(-\frac{\hbar^2\nabla^2}{2m} + V_{ext}(\mathbf{r}) + g|\psi(\mathbf{r},t)|^2\right)\psi(\mathbf{r},t),$$
(2-13)

donde  $g = 4\pi\hbar^2 a/m$  es la constante de acoplamiento. Tal expresión tiene la forma de una ecuación de Schrödinger no lineal, donde la interacción entre partículas es descrita como un potencial de campo medio proporcional a la densidad de partículas  $n = |\psi(\mathbf{r})|^2$ . A diferencia del caso sin interacciones, el gas de interacciones débiles no se condensa en el estado base de una sola partícula sino en un estado determinado a través de la ecuación de Gross-Pitaevskii [27].

Las soluciones estacionarias de la ecuación de Gross-Pitaevskii tienen la forma

$$\psi(\mathbf{r},t) = \psi(\mathbf{r})\exp\left(\frac{-i\mu t}{\hbar}\right),$$
(2-14)

donde  $\psi(\mathbf{r})$  es normalizada por  $\int d\mathbf{r} |\psi(\mathbf{r})|^2 = N$ . Con (2-14), la ecuación de Gross-

Pitaevskii se reduce a

$$\left(-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V_{ext}(\mathbf{r}) + g|\psi(\mathbf{r})|^2\right)\psi(\mathbf{r}) = \mu\psi(\mathbf{r}).$$
(2-15)

#### Límite de Thomas-Fermi

Por encima de la temperatura crítica [ecuación (2-10)] la distribución de densidad de un gas térmico de bosones puede ser descrito por un perfil gaussiano. Cuando la temperatura es reducida por debajo de  $T_c$ , la naturaleza bosónica de los átomos se manifiesta siendo posible la condensación de Bose-Eintenin. En este caso, si se cumple la condición (2-12), la distribución de densidad de un BEC con interacciones puede ser obtenida resolviendo la ecuación de Gross-Pitaevskii independiente del tiempo (2-15). Cuando la energía cinética de las partículas es mucho menor que el término de interacción, la aproximación de Thomas Fermi y la ecuación (2-15) llevan a la siguiente solución para la densidad espacial [28]:

$$n(\mathbf{r}) = \begin{cases} [\mu - V_{ext}(\mathbf{r})/g] &, \mu \ge V_{ext} \\ 0 &, \mu < V_{ext} \end{cases}$$
(2-16)

Por otro lado, con la normalización  $N = \int n(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$ , el potencial químico en un potencial armónico está dado por [24]

$$\mu = \frac{\hbar\omega_i}{2} \left(\frac{15Na}{a_{ho}}\right)^{2/5},\tag{2-17}$$

donde se define la longitud del oscilador armónico como

$$a_{ho} = \left(\frac{\hbar}{m\omega_i}\right)^{1/2},\tag{2-18}$$

con  $\omega_i$  la frecuencia de la trampa en la dirección de interés.

De forma análoga, para una trampa armónica, el perfil de densidad de un BEC en el

límite de Thomas-Fermi toma la forma de una parábola invertida, donde el tamaño del condensado está dado por el llamado radio de Thomas-Fermi,

$$R_{TF} = \sqrt{\frac{2\mu}{m\omega_i^2}} = a_{ho} \left(\frac{15Na}{a_{ho}}\right)^{1/5}.$$
 (2-19)

El pico de densidad está determinado por

$$n_{max} = \frac{\mu}{g} = \frac{1}{8\pi} \left[ \frac{(15N)^2}{a^3 a_{ho}^{12}} \right].$$
 (2-20)

El límite de Thomas-Fermi muestra que si se conoce el potencial de confinamiento entonces se sabe cual es el perfil de densidad del condensado, sin embargo este solo será válido si el número de átomos en el sistema es grande.

### 2.2. Gas de Fermi

En esta sección se describen las propiedades de un gas de Fermi degenerado. En 2.2.1 un gas de Fermi ideal es descrito, donde además se presenta el caso de un gas de Fermi a T = 0 en un potencial de confinamiento armónico. Después en 2.2.2 se consideran las interacciones sobre un gas de Fermi, lo cual permite introducir brevemente la teoría BCS [9].

#### 2.2.1. Gas de Fermi ideal

A diferencia del gas de Bose, donde todas las partículas se condensan en el estado base del sistema cuando  $T \rightarrow 0$ , las partículas en un gas de Fermi se encuentran sujetas al principio de exclusión de Pauli y, por tanto, la función de distribución  $f(\epsilon)$  de una sola partícula en el estado *i* con energía  $\epsilon_i$  estará dada por la distribución de Fermi-Dirac

$$f(\epsilon_i) = \frac{1}{\exp[(\epsilon_i - \mu)/k_B T] + 1}.$$
 (2-21)

Para T = 0, la distribución se simplifica a

$$f(\epsilon_i) = \begin{cases} 1 & \text{si } \epsilon_i < \mu \\ 0 & \text{si } \epsilon_i > \mu \end{cases}, \qquad (2-22)$$

lo cual significa que los estados de energía de una trampa son poblados continuamente desde el estado de más baja energía hasta el límite del potencial químico  $\mu$ . Es aquí donde se define la energía de Fermi  $E_F \equiv \mu(T = 0)$ , la cual corresponde a la energía del estado de mayor energía ocupado a T = 0.

Ahora bien, en presencia de un potencial de confinamiento armónico como el de la ecuación (2-7), la energía de Fermi está dada por el número de fermiones N en la trampa [23],

$$N = \int_0^\infty D(\epsilon) f(\epsilon) d\epsilon = \int_0^\infty \frac{\epsilon^2}{2(\hbar\bar{\omega})^3} f(\epsilon) d\epsilon.$$
(2-23)

Suponiendo T = 0 y con las ecuaciones (2-22) y (2-23), se puede encontrar la energía de Fermi para el caso de una trampa armónica,

$$E_F = \hbar \bar{\omega} (6N)^{1/3}.$$
 (2-24)

Conociendo la energía de Fermi, es posible definir la tempertaura de Fermi como

$$T_F = \frac{E_F}{k_B} = \frac{\hbar\bar{\omega}(6N)^{1/3}}{k_B}.$$
 (2-25)

Igualmente, se define el número de onda de Fermi  $k_F$  como

$$k_F = \frac{2mE_F}{\hbar}.$$
(2-26)

Físicamente, a temperaturas cercanas a cero, los fermiones ocupan todos los estados disponibles del sistema, empezando desde el estado base hasta el máximo nivel posible, conocido como nivel de Fermi, asociado con la energía de Fermi  $(E_F)$ . Todos estos estados forman la esfera de Fermi en el espacio de momento, la cual tiene un radio dado por  $k_F$ . Finalmente, de lo desarrollado anteriormente, se encuentra que la escala de energía para alcanzar la degeneración en un gas de Fermi, confinado en una trampa armónica, está dada por la energía de Fermi en cuyo caso se puede introducir la temperatura de Fermi  $T_F = E_F/k_B$ .

#### 2.2.2. Gas de Fermi con interacciones y teoría BCS

Debido al principio de exclusión de Pauli las colisiones entre partículas frías en un gas de Fermi están prohibidas. Sin embargo, en una mezcla de fermiones con diferentes estados de espín, las interacciones por medio de colisiones son posibles, lo cual dará lugar a un superfluido a bajas temperaturas ( $T \sim 0.1T_F$ , en el caso de gases atómicos). Esta transición es descrita por la teoría BCS, la cual establece que dos fermiones con espín y momento opuesto pueden formar un estado ligado, conocido como par de Cooper.

Una consecuencia de la teoría BCS es la existencia de una temperatura crítica  $T_c$  en la cual ocurre esta transición del estado normal a la fase de superfluidez, que está determinada por

$$T_c \approx 0.28 \frac{E_F}{k_B} \exp\left(-\frac{\pi}{2k_F|a|}\right),$$
 (2-27)

la cual será mucho menor que la temperatura de Fermi, debido al factor exponencial que obedece la condición  $k_F|a| \ll 1$  [29].

### 2.3. Resonancias de Feshbach

En esta sección se presenta una de las más formidables propiedades de los gases ultrafríos: la existencia de resonancias de Feshbach, las cuales permiten sintonizar la longitud de dispersión a valores arbitrarios por medio de un campo magnético homogéneo. En 2.3.1 se presenta una breve introducción a la teoría de dispersión, esto será de utilidad para presentar las resonancias de Feshbach, las cuales son descritas en 2.3.2 junto con el cruce BEC-BCS. Finalmente, en 2.3.3 se trata la resonancia de Feshbach para el caso del <sup>6</sup>Li.

#### 2.3.1. Teoría de dispersión en gases ultrafríos

Para empezar este resumen de la teoría de dispersión es importante presentar la ecuación de Schrödinger para la colisión entre dos átomos, respecto al centro de masa, dada por

$$\left[\frac{\mathbf{p}^2}{2m} + V_{sc}(r)\right]\phi(\mathbf{r}) = E\phi(\mathbf{r}),\tag{2-28}$$

donde m es la masa reducida de los átomos, r es la distancia entre ellos y  $V_{sc}$  es el potencial de dispersión entre los dos átomos, el cual tiende a cero para distancias interatómicas lo suficientemente grandes. Entonces,  $\phi(\mathbf{r})$  puede ser dividido en una onda plana entrante  $\phi_0$  y una onda esférica saliente  $\phi_s$ :

$$\phi(\mathbf{r}) = \phi_0(\mathbf{r}) + \phi_s(\mathbf{r}) = e^{ikz} + f(\theta)\frac{e^{ikr}}{r},$$
(2-29)

donde la amplitud de dispersión  $f(\theta)$  contiene toda la información sobre  $V_{sc}(r)$  y determina la sección transversal de dispersión,

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \begin{cases} |f(\theta)|^2 & \text{partículas no indénticas} \\ |f(\theta) + f(\theta + \pi)|^2 & \text{bosones idénticos} \\ |f(\theta) - f(\theta + \pi)|^2 & \text{fermiones idénticos.} \end{cases}$$
(2-30)

Debido a que  $V_{sc}(r)$  es radialmente simétrico, es posible expresar (2-29) en coordenadas esféricas y hacer una expansión en polinomios de Legendre  $P_l(\cos \theta)$ :

$$\phi(\mathbf{r}) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{u_l(\mathbf{r})}{r} P_l(\cos\theta).$$
(2-31)

Resolviendo para  $u_l(\mathbf{r})$  en la ecuación de Schrödinger (2-28) y definiendo  $\delta_l$  como la fase de dispersión entre la onda entrante y la saliente, la cual contiene todos los detalles

del evento de dispersión, se obtiene:

$$u_l(\mathbf{r}) \propto \alpha_l \sin\left(kr - \frac{l\pi}{2} + \delta_l\right).$$
 (2-32)

La amplitud de dispersión  $f(\theta)$  puede ser obtenida sustituyendo (2-31) en (2-29), con  $u_l(\mathbf{r})$  dada por (2-32), encontrando que

$$f(\theta) = \frac{1}{k} \sum_{l} (2l+1)e^{i\delta_l} \sin \delta_l P_l(\cos \theta).$$
(2-33)

Por otro lado, integrando  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$  sobre el ángulo sólido, la sección transversal de dispersión total estará dada por

$$\sigma = \frac{8\pi}{k^2} \sum_{l} (2l+1) \sin^2 \delta_l,$$
 (2-34)

para partículas indistinguibles. En el caso de partículas distinguibles, la ecuación anterior es multiplicada por  $\frac{1}{2}$ .

Ahora bien, para un potencial de van der Waals, se encuentra que  $\delta_l = k^{2l+1}$ . Los órdenes mayores a 1 son despreciados en los gases ultrafríos, donde k es siempre lo suficientemente pequeño. Entonces la ecuación (2-33) se simplifica a

$$f(\theta) = \frac{1}{k} e^{i\delta_0} \sin \delta_0.$$
(2-35)

Por tanto, encontramos la amplitud de dispersión para una onda-s, la cual no depende de  $\theta$  ya que es esféricamente simétrica. Esto implica que todos los parámetros relevantes en el proceso de dispersión de onda-s están contenidos en el momento k de los átomos dispersados y la fase de dispersión  $\delta_0$ . En tal caso es posible expandir  $\delta_0$  en potencias de  $k^2$  y, por tanto, dar lugar a un solo número que describe el proceso de dispersión. Este número es conocido como la longitud de dispersión a y está dado por

$$k \cot \left[\delta_0(k)\right] = -\frac{1}{a} + \frac{1}{2}r_0k^2 + \mathcal{O}(k^4).$$
(2-36)

En esta ecuación,  $r_0$  es el rango efectivo del potencial de dispersión. Para el caso de gases ultrafríos podemos asumir que  $k \ll 1/r_0$ , lo cual simplifica (2-36) a

$$a = -\frac{\tan \delta_0}{k}.\tag{2-37}$$

Mientras, la sección de dispersión total puede ser encontrada sustituyendo (2-37) en (2-34):

$$\sigma = \begin{cases} \frac{4\pi a^2}{1+k^2 a^2} & \text{partículas no indénticas} \\ \frac{8\pi a^2}{1+k^2 a^2} & \text{bosones idénticos} \\ 0 & \text{fermiones idénticos.} \end{cases}$$
(2-38)

Físicamente, la longitud de dispersión puede ser considerada como una medida de la fuerza de interacción entre partículas. Se pueden distinguir dos regímenes: en el primero, se tiene un gas de interacciones débiles donde  $ka \ll 1$ , con lo cual la sección de dispersión total se simplifica a  $\sigma(k) = 4\pi a^2$ ; en el segundo, se tiene un gas de interacciones fuertes con  $ka \gg 1$ , en cuyo caso la sección de dispersión se hace independiente de la longitud de dispersión  $\sigma(k) = 4\pi/k^2$ .

#### 2.3.2. Resonancias de Feshbach y el cruce BEC-BCS

En el momento en que un potencial de dispersión permita estados ligados, la sección transversal de dispersión podrá ser controlada cuando la energía de un estado ligado  $(E_B)$  sea cercana a la energía de una partícula entrante, la cual estableceremos con una energía  $E_{in} \equiv 0$ . Este fenómeno es conocido como una resonancia de dispersión y puede ser entendida como un acoplamiento entre un estado libre y uno ligado.

Considerando el caso de dos átomos que colisionan, el potencial de dispersión dependerá de sus estados electrónicos internos. Además, los dos átomos formarán un estado ligado ocupando el nivel de energía vibracional más alto del potencial de dispersión, con una energía determinada por la longitud de dispersión a y la masa reducida m de los átomos en el caso en que el estado ligado es una molécula [5],

$$E_B = -\frac{\hbar^2}{2ma^2}.$$
(2-39)

Esto puede ser entendido con la ayuda de la figura 2-2(a): dos átomos son dispersados en el canal abierto; mientras, para una configuración de estados internos diferentes, existe un potencial de dispersión con una energía más alta, conocido como canal cerrado el cual no puede ser un estado final del proceso de dispersión debido a la conservación de la energía.



Figura 2-2: Origen de una resonancia de Feshbach. (a) Potenciales atractivos del canal cerrado y abierto. Sus energías relativas pueden ser sintonizadas entre cada uno por medio de un campo magnético. (b) Longitud de dispersión y energía del estado de enlace  $E_B$  como función del campo magnético. El comportamiento resonante de la longitud de dispersión depende de la posición relativa del estado ligado. Imagen tomada de [30].

Debido a que los dos canales tienen diferentes momentos magnéticos  $\mu$ , es posible controlar la diferencia de energía entre ellos por medio de un campo magnético B, es decir

$$\Delta E = \Delta \mu \cdot B. \tag{2-40}$$

De esta forma, el estado ligado en el canal cerrado puede ser desplazado con respecto

a la energía del átomo en el canal abierto. El acoplamiento entre los dos canales llegará a ser mayor cuando las energías del canal abierto y el canal cerrado se degeneren  $[E_B \rightarrow 0,$ justo como se presenta en la figura 2-2(b)]. Esto llevará a una longitud de dispersión resonante, conocida como resonancia de Feshbach [31, 32].

Por tanto, una resonancia de Feshbach ocurrirá cuando el estado ligado en el canal cerrado se aproxime energéticamente al estado dispersor en el canal abierto. De esta forma, inclusive acoplamientos débiles, pueden llevar a una fuerte mezcla entre los dos canales.

De tal forma, con la ayuda de una resonancia de Feshbach es posible sintonizar la longitud de dispersión por medio de un campo magnético homogéneo. La ecuación que describe la dependencia de a con el campo magnético B, cerca de la resonancia, está dada por [5]

$$a(B) = a_{bg} \left( 1 - \frac{\Delta}{B - B_0} \right), \qquad (2-41)$$

donde  $a_{bg}$  es la longitud de dispersión de fondo. El parámetro  $B_0$  denota la posición de resonancia donde la longitud de dispersión diverge  $(a \to \pm \infty)$  y el parámetro  $\Delta$  es el ancho de resonancia. La forma de la resonancia es mostrado en la figura 2-2(b). En este caso se pueden identificar tres situaciones diferentes, que son representadas en los recuadros de la figura 2-2(b), para el sistema [33]:

a > 0. Esta sección, conocida como lado BEC, corresponde a una interacción repulsiva entre los átomos [Véase la figura 2-2(b)], pues la energía del estado ligado está debajo del canal abierto y los átomos sienten un potencial repulsivo. Además, en esta región se forman moléculas bosónicas de dos átomos, conocidas como moléculas de Feshbach, las cuales satisfacen la estadística de Bose y, en consecuencia, pueden ser condensadas para una temperatura lo suficientemente baja, en cuyo caso son descritas por la ecuación de Gross-Pitaevskii (2-13).

Es importante mencionar que lejos de la resonancia  $(1/k_F a \gg 1)$ , donde las interacciones son débiles, la estructura interna de estas moléculas compuestas de dos fermiones pueden ser despreciadas y la molécula puede ser vista como un bosón, correspondiendo al límite BEC.

 a < 0. En este caso la energía del estado ligado en el canal cerrado está por encima del continuo de dispersión del canal abierto [Figura 2-2(b)] y los átomos ocupan el estado ligado. De esta forma, debido al acoplamiento hiperfino entre el continuo de dispersión y el canal cerrado, se reduce la energía de los átomos libres los cuales observarán un potencial atractivo. Esta región es conocida como lado BCS, donde los fermiones son atraídos débilmente uno con otro, pero también son repelidos debido a la presión de degeneración de Fermi, provocando que pares de Cooper se formen en la superficie de la esfera de Fermi del gas degenerado.

El límite de estado BCS puro es alcanzado a temperaturas menores a la temperatura crítica de la ecuación (2-27) y lejos de la resonancia,  $1/k_F a \ll 1$ .

•  $a = \pm \infty$ . En este caso se tiene el régimen unitario en el cual las interacciones fuertes son la influencia dominante en el sistema. Además, todas las propiedades del sistema pueden ser descritas por medio de sólo dos parámetros: la energía de Fermi  $E_F$  y la longitud de onda de Fermi  $k_F$  y, debido a que las propiedades del gas son independientes de los detalles específicos de la interacción, se dice que el sistema es universal.

Este régimen es usualmente llamado cruce BEC-BCS, donde este conecta el lado BEC y el lado BCS a través de una resonancia de Feshbach. Por tanto, de esta forma es posible llevar un superfluido fermiónico a un BEC de moléculas de manera continua [34].

#### 2.3.3. Resonancias de Feshbach en <sup>6</sup>Li

En un gas ultrafrío de átomos de <sup>6</sup>Li las interacciones están principalmente determinadas por la longitud de dispersión de la onda-s. De acuerdo al principio de exclusión



Figura 2-3: Energías de las diferentes configuraciones de espín para el estado base del <sup>6</sup>Li en un campo magnético. Conforme el campo magnético se incrementa, el espín nuclear se desacopla y el doblete F = 1/2 y cruadruplete F = 3/2 emergen.

de Pauli, una mezcla de diferentes estados de espín es necesario para dar lugar a interacciones entre átomos fermiónicos de <sup>6</sup>Li. Todas las combinaciones de dos de los tres estados hiperfinos más bajos del estado base  $2S_{1/2}$  del <sup>6</sup>Li, que denotaremos como  $|1\rangle$ ,  $|2\rangle$ y  $|3\rangle$ , exhiben resonancias de Feshbach para campos magnéticos por debajo de 1000 G. En particular, en nuestro experimento prepararemos nuestro gas fermiónico de litio en los dos estados hiperfinos más bajos, es decir  $|1\rangle$  y  $|2\rangle$ .

El <sup>6</sup>Li tiene una configuración electrónica base [He] $2s^1$ ; entonces, el espín nuclear es acoplado con el espín del electrón por la interacción hiperfina. Ya que los electrones no tienen momento angular orbital (L = 0), entonces no existe campo magnético producido por el espín del electrón. De esta forma, el acoplamiento del espín del electrón S = 1/2y el espín nuclear I da lugar a dos posibilidades, denotadas por  $F = I \pm 1/2$ , para el número cuántico de espín total. En ausencia de un campo magnético externo, los niveles son divididos por la interacción hiperfina. El acoplamiento es representado por un término  $E_{hf} = A_{hf} \mathbf{I} \cdot \mathbf{J}$ , donde  $A_{hf}$  es una constante que depende del nivel atómico, mientras  $\mathbf{I}$  y  $\mathbf{J}$  son los operadores de espín nuclear y momento angular electrónico, respectivamente. El operador de momento angular total es  $\mathbf{F} = \mathbf{I} + \mathbf{J}$ .

En presencia de un campo magnético, los niveles hiperfinos se dividen dando lugar a una nueva configuración energética, la cual es descrita por la fórmula de Breit-Rabi:

$$\frac{E_{BR}(F_{pm}, m_F)}{\Delta E_{hf}} = -\frac{1}{2(2I+1)} + \frac{m_F}{g_J/g_I - 1} x \pm \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{4m_F}{2I+1} x + x^2},$$
 (2-42)

donde  $\Delta E_{hf} = \frac{1}{2}A_{hf} \left[F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)\right]$  es la división hiperfina para campo magnético cero y  $x = \frac{(g_J - g_I)\mu_B B}{\Delta E_{hf}}$  es un parámetro adimensional. Además,  $g_J$  y  $g_I$  son los factores de Landé electrónico y nuclear, respectivamente. Finalmente,  $m_F = m_S + m_I$ denota los estados hiperfinos que surgen al aplicar un campo magnético al átomo. La ecuación (2-42) es un caso particular de la fórmula de Breit-Rabi para determinar las diferencias de energía entre los estados pertenecientes a los niveles  $F_{\pm} = I \pm 1/2$ , lo cual es suficiente para nuestro caso.

El <sup>6</sup>Li tiene un espín nuclear I = 1, un espín de electrón S = 1/2 y un momento angular L = 0. De esta forma, el estado base  $2S_{1/2}$  se divide en un doblete hiperfino (F = 1/2) y un cuadruplete (F = 3/2) a campos magnéticos bajos  $B \ll 100$  G, perteneciendo al régimen Zeeman. En cambio, para campos magnéticos grandes, el espín nuclear se desacopla del espín de electrón (régimen Paschen-Back) dando lugar a tres estados  $m_s = -1/2$  y tres estados  $m_s = +1/2$ , produciendo de esta forma estados hiperfinos los cuales se enumeran de  $|1\rangle$  a  $|6\rangle$  en la figura 2-3.

Por tanto, a campos magnéticos mayores a 100 G, los dos estados hiperfinos energéticamente más bajos serán identificados por los números cuánticos  $|1\rangle = |m_I = +1;$  $m_s = -1/2\rangle$  y  $|2\rangle = |m_I = 0; m_s = -1/2\rangle$ . Como ventaja adicional, estos estados tienen una diferencia de energía de aproximadamente 80 MHz a campos magnéticos mayores a 100 G y, por ello, los átomos pueden ser llevados entre estos estados aplicando pulsos de radio frecuencia.

Para una mezcla de átomos de <sup>6</sup>Li en los estados hiperfinos más bajos  $|1\rangle$  y  $|2\rangle$ , existe una resonancia de Feshbach en la longitud de dispersión *a*. Esta última es presentada en



Figura 2-4: Longitud de dispersión a para una mezcla de átomos de <sup>6</sup>Li, entre sus dos estados hiperfinos más bajos, como función del campo magnético cerca de la resonancia de Feshbach. Los recuadros destacan los diferentes comportamientos que se pueden tener: en el lado derecho (o lado BCS) de la resonancia donde a es negativa y es posible observar la transición al estado BCS, el lado izquierdo (o lado BEC) donde a es positiva y se puede dar la formación de un BEC de moléculas de Feshbach, y el cruce BEC-BCS (o régimen unitario) donde  $a = \pm \infty$  y el gas degenerado llega a ser fuertemente interactuante. Imagen modificada de [19].

la figura 2-4 como una función del campo magnético B y está descrita por la ecuación (2-41), donde  $a_{bg} = -1405a_0$ ,  $\Delta = 300$  G y  $B_0 = 834.15$  G [35]. Aquí  $a_0 = 0.0529177$  nm es el radio de Bohr.

Esta resonancia de Feshbach entre estados  $|1\rangle$  y  $|2\rangle$  del <sup>6</sup>Li permite cambiar las interacciones y, de esta forma, acceder al régimen del cruce BEC-BCS variando el campo magnético *B*. Además, esta resonancia es especialmente ancha comparada con otras, lo cual permite sintonizar de forma precisa el valor de la intensidad de la interacción [36].

Como ya se mencionó, aparte de la resonancia en 834 G para una mezcla con los estados  $|1\rangle$  y  $|2\rangle$ , existe una resonancia similar para mezclas con los estados  $|1\rangle$  y  $|3\rangle$   $(|2\rangle$  y  $|3\rangle)$ , la cual está centrada en 690 (811) G. Sin embargo, en nuestros experimentos emplearemos la resonancia de Feshbach de los estados  $|1\rangle$  y  $|2\rangle$ , ya que estos son los estados de menor energía, por lo cual es más sencillo generar un gas atómico en estos estados.

### 2.4. ¿Por qué litio?

Las especies atómicas que usaremos en nuestro experimento son los isótopos fermiónicos y bosónicos de litio, es decir <sup>6</sup>Li y <sup>7</sup>Li. El litio es un excelente candidato para realizar experimentos de materia ultrafría en el régimen degenerado debido a su estructura electrónica simple. En los átomos alcalinos todos los electrones, a excepción de uno, llenan todas las capas, mientras el sobrante se encuentra en una órbita *s* de una capa superior, teniendo una estructura hidrogenoide simple. Sin embargo, respecto a otros átomos alcalinos, el litio es ideal para comparar el comportamiento de bosones y fermiones, donde este es el único elemento con isótopos estables de espín nuclear entero y semi-entero con razones de abundancia natural comparables [<sup>6</sup>Li (I = 1, 7.5 %), <sup>7</sup>Li (I = 3/2, 92.5 %)] [37]. Por tanto, una fuente natural es suficiente para obtener isótopos fermiónicos y bosónicos de litio, lo cual permite desarrollar experimentos con BECs y gases degenerados de Fermi.

Por otro lado, para el enfriamiento láser (discutido en el capítulo 3) es importante tener una frecuencia óptica de transición que sea fácil de producir y, con 671 nm, el litio cumple con este requerimiento, donde además los diodos láseres son fuentes de luz estables y económicos a esta longitud de onda.

De los principales motivos para usar átomos de <sup>6</sup>Li y <sup>7</sup>Li es el gran número de resonancias de Feshbach existentes para diferentes combinaciones de estos átomos (<sup>6</sup>Li  $\leftrightarrow$ 

<sup>6</sup>Li, <sup>6</sup>Li  $\leftrightarrow$  <sup>7</sup>Li y <sup>7</sup>Li  $\leftrightarrow$  <sup>7</sup>Li) para diversos niveles hiperfinos en un rango de B = 0 G a B = 1200 G [38]. Además de las resonancias de Feshbach del <sup>6</sup>Li que se presentaron en 2.3.3, existe una resonancia de Feshbach a B = 218 G para una mezcla de átomos de <sup>6</sup>Li y <sup>7</sup>Li [39] con la que es posible estudiar la interacción entre gases atómicos de fermiones y bosones. Finalmente, el <sup>7</sup>Li presenta una resonancia de Feshbach a B = 736 G con un ancho  $\Delta$  de 192.3 G [40].

Finalmente, el litio tiene como ventaja que las resonancias de Feshbach, entre diferentes configuraciones electrónicas o especies (<sup>6</sup>Li, <sup>7</sup>Li), son anchas en comparación con otras especies atómicas. Por ejemplo, las resonancias de Feshbach del <sup>40</sup>K, <sup>39</sup>K y <sup>87</sup>Rb (átomos ampliamente empleados en experimentos de gases ultrafríos) presentan resonancias de Feshbach con anchos  $\Delta$  de a lo más 9.7 G [41], 52 G [41] y 0.21 G [42], las cuales son estrechas con respecto a las del <sup>6</sup>Li ( $\Delta = 300$  G) y <sup>7</sup>Li ( $\Delta = 192.3$  G).

# Capítulo 3

# Enfriamiento láser de átomos

En el caso de gases de Fermi y de Bose, la degeneración cuántica descrita en el capítulo anterior es típicamente alcanzada a temperaturas menores a  $1\mu$ K, las cuales sólo pueden ser alcanzadas combinando diferentes escenarios de confinamiento y enfriamiento. Este capítulo da una breve introducción sobre las técnicas que usaremos en el experimento de gases cuánticos del Laboratorio de Materia Ultrafría.

En una primera parte, la interacción entre átomos y luz será brevemente discutida, donde para una revisión más detallada de esta interacción el libro de John Weiner [43] es recomendable. Después, en 3.2 se revisan las transiciones atómicas de los átomos de <sup>6</sup>Li y <sup>7</sup>Li que serán empleadas en los escenarios de confinamiento y enfriamiento. Posteriormente, las aplicaciones de la interacción luz-átomo serán consideradas describiéndolas en el orden a usarse en nuestro experimento: los átomos del horno son desacelerados por medio de un desacelerador Zeeman, atrapados y enfriados en una trampa magneto-óptica (MOT). El siguiente paso de enfriamiento consiste en transferir los átomos a una trampa óptica de dipolo, sin embargo consideramos que convendría darle todo un capítulo para presentar a mayor detalle nuestro sistema, lo cual se desarrolla en el capítulo 4.

### 3.1. Interacción luz-átomo

La interacción de un átomo neutro con un campo de luz se presenta tanto en forma disipativa como conservativa. La componente disipativa se origina de la absorción de fotones seguido por la emisión espontánea, lo cual da lugar a una fuerza disipativa sobre los átomos provocada por la transferencia de momento de la absorción y emisión de fotones. Esta fuerza representa la base para el enfriamiento láser y las trampas magnetoópticas. Por otro lado, la componente conservativa de la interacción átomo-luz se debe a la interacción del campo de luz con el momento dipolar inducido del átomo.

El origen de las componentes puede ser entendido con la ayuda de un modelo clásico que tiene el siguiente principio [44]: cuando un átomo es colocado en un campo de luz, el campo eléctrico  $\mathbf{E}$ , oscilando con una amplitud E a una frecuencia  $\omega$ , induce un momento dipolar atómico  $\mathbf{p}$ , el cual oscilará a la misma frecuencia.

El campo eléctrico del haz láser se puede escribir como

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \hat{\mathbf{e}}E(\mathbf{r})e^{-i\omega t} + \hat{\mathbf{e}}E(\mathbf{r})e^{+i\omega t}, \qquad (3-1)$$

donde  $\hat{\mathbf{e}}$  representa la dirección de polarización y  $\omega$  la frecuencia de oscilación. Por otro lado, la magnitud del momento dipolar p en el átomo es proporcional al campo eléctrico:

$$p = \alpha(\omega)E,\tag{3-2}$$

donde  $\alpha$  es la polarizabilidad del átomo. De tal forma, el momento dipolar puede ser expresado como

$$\mathbf{p}(\mathbf{r},t) = \hat{\mathbf{e}}p(\mathbf{r})e^{-i\omega t} + \hat{\mathbf{e}}p(\mathbf{r})e^{+i\omega t}.$$
(3-3)

Empleando la fórmula de Larmor, se puede calcular la pérdida de energía de un electrón oscilante, cuya ecuación de movimiento está dada por

$$\ddot{p} + \Gamma_{\omega}\dot{p} + \omega_0^2 p = 0, \qquad (3-4)$$
para el caso en que no se aplica el campo eléctrico. Con ello, se puede encontrar el factor de amortiguamiento  $\Gamma_{\omega}$ ,

$$\Gamma_{\omega} = \frac{e^2 \omega^2}{6\pi\epsilon_0 m_e c^3},\tag{3-5}$$

ey $m_e$ son la carga y masa del electrón,  $\epsilon_0$  es la permitividad del vacío y c es la velocidad de la luz.

De esta forma, el sistema puede ser descrito con la ecuación de movimiento de un oscilador armónico amortiguado con frecuencia de resonancia  $\omega_0$  y un forzamiento determinado por el campo eléctrico E(t),

$$\frac{e^2 E(t)}{m_e} = \ddot{p} + \Gamma_\omega \dot{p} + \omega_0^2 p.$$
(3-6)

Resolviendo para la polarizabilidad se obtiene

$$\alpha(\omega) = \frac{e^2}{m_e} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma_\omega}.$$
(3-7)

Sustituyendo por  $e^2/m_e = 6\pi\epsilon_0 c^3\Gamma_\omega/\omega^2$  e introduciendo la razón de amortiguamiento  $\Gamma = (\omega_0/\omega)^2\Gamma_\omega$ , la ecuación (3-7) da lugar a

$$\alpha(\omega) = 6\pi\epsilon_0 c^3 \frac{\Gamma/\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i(\omega^3/\omega_0^2)\Gamma}.$$
(3-8)

Como una aproximación semiclásica, la polarizabilidad atómica puede ser calculada considerando el átomo como un sistema cuántico de dos niveles interactuando con el campo de luz clásico. Por tanto, la razón de amortiguamiento  $\Gamma$  es determinada por el elemento de matriz dipolar entre el estado base  $|g\rangle$  y el estado excitado  $|e\rangle$  del átomo de dos niveles,

$$\Gamma = \frac{\omega_0^3}{3\pi\epsilon_0\hbar c^3} |\langle e|\mu|g\rangle|^2.$$
(3-9)

De tal forma, las fuerzas originadas por cada componente de la interacción estarán asociadas a la parte real o imaginaria de  $\alpha$ . Por tanto, ya conocida  $\alpha$  es posible calcular las fuerzas:

• La fuerza de dipolo  $F_{dip}$  se deriva de la interacción conservativa entre el campo de luz y el átomo, la cual da lugar a un potencial dipolar determinado por el promedio temporal de  $\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}$ , esto es

$$U_{dip}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{2} \langle \mathbf{p} \cdot \mathbf{E} \rangle = -\frac{1}{2\epsilon_0 c} \operatorname{Re}(\alpha) I(\mathbf{r}), \qquad (3-10)$$

donde  $I(\mathbf{r}) = 1/2\epsilon_0 c |E(\mathbf{r})|^2$  es la intensidad del campo de luz. En consecuencia, la fuerza de dipolo está dada por

$$F_{dip}(\mathbf{r}) = -\nabla U_{dip}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\epsilon_0 c} \operatorname{Re}(\alpha) \nabla I(\mathbf{r}).$$
(3-11)

Entonces, la *fuerza de dipolo* del átomo en el campo de luz es proporcional al gradiente de la intensidad del láser y a la parte real de la polarizabilidad. La ecuación (3-8) permite determinar la *fuerza de dipolo* como:

$$F_{dip}(\mathbf{r}) = \frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3} \left( \frac{\Gamma}{\omega_0 - \omega} + \frac{\Gamma}{\omega_0 + \omega} \right) \nabla I(\mathbf{r}) \approx \frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3} \frac{\Gamma}{\delta} \nabla I(\mathbf{r}), \quad (3-12)$$

donde  $\delta = \omega - \omega_0$  es la desintonía del campo de luz respecto a la resonancia atómica. En la última igualdad, la aproximación de onda rotante [45] ha sido empleada, la cual es válida para pequeñas desintonías,  $|\delta| \ll \omega_0$ .

La ecuación (3-12) permite describir la dependencia de  $F_{dip}$  con respecto a  $\omega$ :

- Para  $\omega < \omega_0$  (luz sintonizada al rojo,  $\delta < 0$ ),  $F_{dip}$  es negativa, por lo cual atrae los átomos en el campo de luz. Además,  $F_{dip}$  apunta en la dirección de mayor intensidad de luz.
- Para  $\omega > \omega_0$  (luz sintonizada al azul,  $\delta > 0$ ),  $F_{dip}$  repele los átomos fuera del campo y apunta en la dirección opuesta a los máximos de intensidad de luz.

El comportamiento de cada tipo de potencial (roja o azul) se muestra en la figura 3-1.



Figura 3-1: Dependiendo del signo de la desintonía con respecto a la transición atómica, se observan dos tipos de trampas: roja y azul, correspondiendo a potenciales de atrapamiento y anti-atrapamiento. Imagen tomada de [19].

• La presión de radiación  $F_{rad}^{1}$  se origina de la interacción repulsiva, es decir, proviene de la absorción y posterior emisión de fotones por el átomo. Cada vez que un fotón es absorbido este transfiere su momento  $\hbar \mathbf{k}$  al átomo en la dirección del láser y la energía del fotón es usada para llevarlo al estado excitado. Después de un tiempo  $\tau$ ,<sup>2</sup> el átomo emitirá espontáneamente un fotón en una dirección aleatoria, regresando al estado base y perdiendo la misma cantidad de momento que fue obtenida por la absorción del fotón. Cuando se tienen varios procesos de absorción-emisión, los momentos de los fotones emitidos se cancelan los unos a los otros, entonces la fuerza total sobre el átomo sólo dependerá de la absorción y apuntará en la dirección del campo de luz.

Regresando al modelo clásico, la potencia absorbida por el oscilador al estar bajo

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>En la literatura, la *presión de radiación* también se le conoce como *fuerza espontánea*.

 $<sup>^{2}\</sup>tau$  es conocido como tiempo de vida del estado excitado y es característico de cada átomo.

la acción del campo de luz está dada por

$$P_{abs} = \langle \dot{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{E} \rangle = \frac{\omega}{\epsilon_0 c} \mathrm{Im}(\alpha) I.$$
(3-13)

Por tanto, la absorción resulta de la parte imaginaria de la polarizabilidad. Ahora bien, considerando la luz como una corriente de fotones dispersados en ciclos de absorción y emisión, es posible definir la razón de dispersión

$$\Gamma_{sc}(\mathbf{r}) = \frac{P_{abs}}{\hbar\omega} = \frac{1}{\hbar\epsilon_0 c} \text{Im}(\alpha) I(\mathbf{r}).$$
(3-14)

Aproximando el átomo como un sistema de dos niveles, el cual puede absorber fotones del campo de luz y emitirlos espontáneamente [46], uno encuentra que

$$\Gamma_{sc} = \gamma \rho_{ee}, \tag{3-15}$$

donde  $\gamma = 1/\tau$  es el ancho de línea del estado excitado, con  $\tau$  siendo el tiempo de vida del mismo y  $\rho_{ee}$  es su población, la cual estará dada por

$$\rho_{ee} = \frac{s_0}{1 + s_0 + \left(\frac{2\delta}{\gamma}\right)^2},\tag{3-16}$$

donde  $\delta$  es la desintonía total de la luz respecto a la resonancia del átomo, mientras  $s_0 = \frac{I}{I_s}$  es el parámetro de saturación, con la intensidad de saturación

$$I_s = \frac{2\pi^2 \hbar c \gamma}{3\lambda^3},\tag{3-17}$$

donde  $\lambda$  es la longitud de onda de la transición. Finalmente, la *presión de radiación* puede ser calculada de la razón de dispersión y del momento transferido al átomo

en cada colisión, es decir

$$\langle F_{rad} \rangle = \mathbf{p}_{fot} \Gamma_{sc} = \hbar \mathbf{k} \Gamma_{sc} = \frac{\hbar \mathbf{k}}{2} \frac{s_0 \gamma}{1 + s_0 + \left(\frac{2\delta}{\gamma}\right)^2},$$
 (3-18)

donde  $\mathbf{k}$  es el número de onda del fotón.

Una vez concluida la discusión sobre las propiedades de la interacción luz-átomo, ahora es posible entender los dispositivos de confinamiento y enfriamiento, los cuales se presentan en las secciones 3.3 y 3.4. Sin embargo, primero es necesario presentar las transiciones atómicas del <sup>6</sup>Li y <sup>7</sup>Li para poder emplear tales dispositivos, esto es descrito en la siguiente sección.

## **3.2.** Esquemas de enfriamiento y rebombeo

Debido a la pequeña masa y alta temperatura requerida para generar una densidad atómica lo suficientemente alta, las especies atómicas de litio deberán ser desacelerados de una velocidad inicial muy grande, por lo cual se requiere de un sistema de enfriamiento y confinamiento muy efectivo basado en un esquema de transiciones adecuado.

Para ambos isótopos de litio, la transición  $2^2S_{1/2} \rightarrow 2^2P_{1/2}$  es conocida como la línea D1, mientras la  $2^2S_{1/2} \rightarrow 2^2P_{3/2}$  es llamada la línea D2. Nosotros diseñamos nuestro esquema de enfriamiento en la línea D2, la cual tiene una intensidad de saturación más baja  $I_{sat} = 2.56 \text{ mW/cm}^2$  en comparación con la línea  $D1 (I_{sat} = 7.59 \text{ mW/cm}^2)$ , representando la principal ventaja de usar esta transición pues requiere menor potencia de láser.

Sin embargo, un requerimiento para el enfriamiento láser es que el sistema tenga una transición cerrada en la cual los átomos permanezcan en el ciclo de enfriamiento. A campos magnéticos bajos, aquellos átomos haciendo una transición desde el estado hiperfino más alto F a un estado excitado F' = F + 1 decaerán de regreso al estado F, dando lugar a un transición cerrada, debido a la regla de selección  $\Delta F = 0, \pm 1$ .



Figura 3-2: Diagrama de los niveles de energía de los átomos de litio: <sup>7</sup>Li y <sup>6</sup>Li, con las transiciones ópticas requeridas. No están a escala.

Entonces, a campo magnéticos bajos, las únicas transiciones cerradas de la estructura hiperfina serán las transiciones  $2^2S_{1/2}(F_1 = 3) \leftrightarrow 2^2P_{3/2}(F_2 = 3)$  del <sup>7</sup>Li y  $2^2S_{1/2}(F_1 = 3/2) \leftrightarrow 2^2P_{3/2}(F_2 = 5/2)$  del <sup>6</sup>Li. Sin embargo, donde el ancho natural de la transición  $(\lambda/2\pi = 5.9 \text{ MHz}, \text{ para ambos átomos})$  es cercana a la división hiperfina del estado excitado (4.4 MHz y 18.48 MHz para <sup>6</sup>Li y <sup>7</sup>Li, respectivamente), la estructura hiperfina no puede ser identificada en el espectro de absorción. Por tal motivo, algunos átomos pueden poblar los niveles  $F_1 = 1$  (para <sup>7</sup>Li) o  $F_1 = 1/2$  (para <sup>6</sup>Li) del estado base, cuya separación hiperfina con los estados  $F_1 = 2$  (para <sup>7</sup>Li) o  $F_1 = 3/2$  (para <sup>6</sup>Li) es de 803.5 MHz y 228.2 MHz para cada isótopo, dando lugar a pérdidas del ciclo de enfriamiento. Por tanto, un segundo láser es necesario para regresar estos átomos al ciclo de enfriamiento, en un proceso conocido como rebombeo. Dichas transiciones se presentan en la figura 3-2.

Por otro lado, cuando se aplica un campo magnético alto (B > 100 G) a un átomo de litio, el espín nuclear y el espín de electrón se desacoplan, lo cual lleva a un esquema de enfriamiento diferente, con otras transiciones. En este régimen, las únicas transiciones cerradas en nuestro caso son las  $2^2S_{1/2}(F_1 = 3, M_{F_1} = 2) \leftrightarrow 2^2P_{3/2}(F_2 = 3, M_{F_2} = 3)$  del <sup>7</sup>Li y  $2^2S_{1/2}(F_1 = 3/2, M_{F_1} = 3/2) \leftrightarrow 2^2P_{3/2}(F_2 = 5/2, M_{F_2} = 5/2)$  del <sup>6</sup>Li [37], que son determinadas por las reglas de selección para transiciones en la aproximación dipolar:

$$\Delta L = \pm 1$$
,  $\Delta F = 0, \pm 1$ ,  $\Delta m_F = 0, \pm 1$ . (3-19)

Además, de estas reglas de selección se encuentra el tipo de luz polarizada que se debe emplear para inducir cada transición  $\Delta m_F$ , en función de la dirección del vector de onda **k** de la luz y el campo magnético **B**, es decir:

si 
$$\mathbf{k} \perp \mathbf{B}$$
: 
$$\begin{cases} \Delta m_F = \pm 1 & \text{polarización lineal } \perp \mathbf{B} \\ \Delta m_F = 0 & \text{polarización lineal } \parallel \mathbf{B} \end{cases}$$
(3-20)

у

si 
$$\mathbf{k} \parallel \mathbf{B} : \begin{cases} \Delta m_F = \pm 1 & \text{polarización circular } (\sigma^{\pm}) \\ \Delta m_F = 0 & \text{no permitida} \end{cases}$$
 (3-21)

En los corchetes se presentan las transiciones  $\Delta m_F$  y, delante de ellas, se anota la polarización requerida para dar lugar a cada transición.

# 3.3. Desacelerador Zeeman

En nuestro experimento, una muestra de aproximadamente 10 gramos de litio será colocada en un recipiente, llamado horno, el cual será calentado hasta aproximadamente  $400^{\circ}$ C para producir una presión de vapor de átomos de <sup>6</sup>Li y <sup>7</sup>Li. Posteriormente, este vapor es colimado por medio de una pequeña apertura, llamada *nozzle*, la cual también tiene el propósito de evitar el retroceso de átomos. El horno y *nozzle* serán colocados al comienzo de nuestro sistema. Posterior a ello se tendrá el resto del sistema de vacío, que después lleva al desacelerador Zeeman [15].

El propósito del desacelerador Zeeman es reducir la velocidad de los átomos provenientes del horno, los cuales tendrán una velocidad media ( $\bar{v} = \sqrt{\frac{2k_B T_{horno}}{m}}$ , donde  $k_B$  es la constante de Boltzmann,  $T_{horno} = 400^{\circ}$ C y m es la masa del átomo) de aproximadamente 1400 m/s y 1300 m/s para <sup>6</sup>Li y <sup>7</sup>Li, respectivamente. Los átomos deberán ser desacelerados hasta una velocidad de 50 m/s para poder ser confinados por la trampa magneto-óptica, la cual se discutirá en la sección 3.4.



Figura 3-3: Comparación entre los campos magnéticos ideales para <sup>6</sup>Li y <sup>7</sup>Li con el diseñado. Este último corresponde al sistema de bobinas del cuadro 3-1, que se ilustran en la figura 3-4.

El desacelerador Zeeman se basa en la presión de radiación y tiene el siguiente principio: un haz láser actúa sobre el haz atómico proveniente del horno, de tal forma que los átomos son desacelerados por medio del proceso de absorción-emisión. Sin embargo, debido a que la luz y los átomos se contrapropagan, el efecto Doppler debe ser tomado en cuenta y la luz deberá ser sintonizada al rojo para estar en resonancia, dando lugar a una desintonía  $\Delta_0 = \omega - \omega_0$  del campo de luz respecto a la resonancia atómica.

Además, conforme los átomos son desacelerados, la frecuencia del láser tendrá que ser adaptada a la velocidad actual. Por tanto, el efecto Doppler introduce una dependencia con la velocidad de los átomos  $\mathbf{v}$  en la desintonía total, la cual estará relacionada con el vector de onda  $\mathbf{k}$ , es decir  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} = kv$  (en el caso del desacelerador Zeeman  $\mathbf{k}$  y  $\mathbf{v}$  están en la misma dirección).

Como una solución para evitar cambiar la frecuencia del láser, lo cual resulta poco práctico<sup>3</sup>, se sintoniza la frecuencia de resonancia de los átomos en función de su posición por medio del efecto Zeeman. Esto se logra aplicando un campo magnético variante a lo largo de la sección donde se realiza la desaceleración. De esta forma, para cada posición, los átomos son resonantes con la luz.

Como ya se mencionó en la sección 2.4, por medio de las transiciones  $2^2S_{1/2}(F_1 = 3, M_{F_1} = 2) \leftrightarrow 2^2P_{3/2}(F_2 = 3, M_{F_2} = 3)$  del <sup>7</sup>Li y  $2^2S_{1/2}(F_1 = 3/2, M_{F_1} = 3/2) \leftrightarrow 2^2P_{3/2}(F_2 = 5/2, M_{F_2} = 5/2)$  del <sup>6</sup>Li es posible inducir un ciclo de enfriamiento, donde los átomos en otro subnivel serán empujados en este ciclo por rebombeo. Debido a que el campo de luz es paralelo a la dirección del campo magnético dentro del desacelerador, estas transiciones pueden ser realizadas por luz polarizada circular derecha  $\sigma^+$ , en base a las reglas de selección (3-21).

Para la primera fase de enfriamiento en el desacelerador Zeeman se emplearán dichas transiciones, las cuales tienen longitudes de onda ( $\lambda = 2\pi/k$ , donde  $k = |\mathbf{k}|$ ) de 670.962 nm y 670.977 nm, respectivamente.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Los átomos viajan a través del desacelerador Zeeman con una velocidad inicial de aproximadamente 1500 m/s y se requiere que su velocidad final sea menor a 50 m/s, lo cual corresponde a una diferencia en frecuencia  $k|v_i - v_f|/2\pi \approx 2.2$  GHz. Por tanto, cambiar la frecuencia del láser en tal rango es complicado, donde esto no puede ser realizado con un modulador acusto-óptico (Véase la sección 3.5).

De esta forma, la desaceleración experimentada por un átomo en el desacelerador Zeeman, estará dada por la ecuación (3-18). Sin embargo, en el desacelerador Zeeman se tendrá  $\delta = \Delta_0 + kv + \Delta\omega_{Zeeman}$ , donde  $\Delta\omega_{Zeeman} = -\frac{\mu_B}{\hbar}B$  es la desintonía provocada por el efecto Zeeman, siendo *B* la magnitud del campo magnético y  $\mu_B$  el magnetón de Bohr. Además, la condición de resonancia estará dada por  $\delta = \Delta_0 + kv - \frac{\mu_B}{\hbar}B = 0$ .

De la ecuación (3-18) se puede encontrar la máxima desaceleración posible,

$$a_{max} = \frac{\hbar k\gamma}{2m} \frac{s_0}{1+s_0}.$$
(3-22)

La esencia del desacelerador Zeeman es que la frecuencia de resonancia de los átomos es sintonizada, por medio del campo magnético, para mantenerla en resonancia con la frecuencia del láser, conforme los átomos avanzan a lo largo de la línea de desaceleración. Por tanto, la forma más eficiente de desacelerar átomos es mantenerlos con una desaceleración constante, para que el cambio temporal de la frecuencia de resonancia coincida con la desaceleración deseada [47]. En nuestro diseño del desacelerador Zeeman se consideró una desaceleración constante  $a_0 = a_{max}/2$ , lo cual corresponde a tomar  $s_0 = 1$ . De esta forma, la velocidad de un átomo en el desacelerador Zeeman será

$$v^2 = v_0^2 - 2a_0 z, (3-23)$$

donde  $v_0$  representa la máxima velocidad que podrá ser desacelerada por el desacelerador Zeeman.

Sin embargo, cuando la desaceleración  $a_0$  es menor que  $a_{max}$ , el átomo estará fuera de resonancia por una cantidad  $\delta_{out}$  y la velocidad atómica obedecerá la ecuación

$$\Delta_0 + kv - \frac{\mu_B}{\hbar}B = -\delta_{out},\tag{3-24}$$

donde  $\delta_{out} = k(v_{res} - v)$ , con  $v_{res}$  la velocidad de resonancia,

$$v_{res} = -\frac{\Delta_0}{k} + \frac{\mu_B}{\hbar k} B, \qquad (3-25)$$

para la cual los átomos con esta velocidad experimentarán la máxima desaceleración  $a_{max}$ .

Entonces, sustituyendo (3-23) y (3-25) en la ecuación de  $\delta_{out}$ , se puede obtener la siguiente expresión

$$\delta_{out} = \frac{\gamma}{2} \sqrt{1 + s_0} \sqrt{\frac{a_{max}}{a_0} - 1}.$$
 (3-26)

Por tanto, el perfil del campo magnético, requerido para que un átomo sea desacelerado con un valor constante  $a_0$  para una desintonía  $\Delta_0$ , se puede obtener de las ecuaciones (3-24) y (3-26), es decir

$$B(z) = \frac{\hbar}{\mu_B} [\Delta_0 + \delta_{out} + k\sqrt{v_0 - 2a_0 z}].$$
(3-27)

Para nuestro desacelerador Zeeman, tomamos  $v_0 = 810$  m/s y  $\Delta_0 = -66.7\gamma$ , tanto para el <sup>7</sup>Li como el <sup>6</sup>Li. Los campos magnéticos calculados se presentan en la figura 3-3. La configuración de campo magnético a emplear es conocida como desacelerador Zeeman *spin flip*, el cual tiene como principal característica una región donde el campo magnético invierte su signo.

En un desacelerador Zeeman *spin flip* los átomos son primero desacelerados con un campo magnético decreciente conformado por un segmento de varias bobinas y, al final de éstas, una última bobina produce un campo creciente en la dirección opuesta. La superposición de los campos generados por ambas partes producen un pequeño campo magnético que decrece rápidamente al final del desacelerador Zeeman, el cual permite colocar la MOT relativamente cerca. Además, el campo al final del desacelerador Zeeman decae en tal forma que los átomos salientes se encuentran inmediatamente fuera de resonancia con respecto al láser, siendo estas las principales ventajas de usar un desacelerador

Num. Bobina	Posición [cm]	N axial	N radial	Corriente [A]
1	0	68	28	1.8
2	7	48	22	1.8
3	12	48	19	1.8
4	17	48	17	1.8
5	22	48	14	1.8
6	27	48	11	1.8
7	32	38	7	1.8
8	36	33	4	1.8
9	44.5	35	22	-1.6

Cuadro 3-1: Configuración del sistema de bobinas para producir el campo magnético requerido para el desacelerador Zeeman *spin flip*. La posición indicada es tomada desde el comienzo del desacelerador, la cual se específica en la figura 3-4. N radial y N axial hacen referencia al número de espiras en la dirección perpendicular y paralela al desacelerador, respectivamente.



Figura 3-4: Sistema de bobinas montado sobre el desacelerador Zeeman. Además, se presenta el sistema de enfriamiento. *Inicio* indica la posición en la que se colocará la primera bobina en referencia a las posiciones presentadas en el cuadro 3-1.

de este tipo. En [48] se pueden encontrar más detalles sobre las características y diseño de un desacelerador Zeeman *spin flip*.

En la figura 3-3 se presenta también el campo magnético teórico generado por el sistema de bobinas del cuadro 3-1, mientras en la figura 3-4 se muestra el sistema montado sobre el desacelerador Zeeman, junto con el sistema de enfriamiento que consiste en un flujo de agua entre las bobinas y el tubo por donde viajan los átomos. El alambre que emplearemos es de sección transversal circular de 1 mm de diámetro, además



Figura 3-5: Distribución de velocidades de los átomos de (a)  $^{6}$ Li y (b)  $^{7}$ Li, dentro del desacelerador Zeeman. Los átomos con velocidades menores a la velocidad inicial (810 m/s) son desacelerados hasta velocidades menores a 30 m/s, mientras los átomos con velocidades mayores no son afectados.

cada bobina estará separada de sus contiguas por un disco de 2 mm de grosor, lo cual permitirá embobinar de forma sencilla.

Para comprobar si los átomos podrán ser desacelerados cuando entran en tal campo, realizamos una simulación en Python. En la figura 3-5 se presentan los perfiles de velocidades de los átomos de <sup>6</sup>Li y <sup>7</sup>Li al entrar al desacelerador Zeeman. La simulación se realizó considerando un láser de media pulgada de diámetro con una potencia de 50 mW.

Como se muestra en la figura 3-5, los átomos son afectados al entrar al desacelerador Zeeman, el cual combina un haz láser contrapropagante y el campo magnético generado por el sistema de bobinas del cuadro 3-1. Los átomos con velocidad inicial menor a 810 m/s son desacelerados hasta velocidades menores a 30 m/s.

En la figura 3-5 se puede observar que los átomos con velocidad iniciales menores a 50 m/s cambian su dirección de movimiento antes de salir del desacelerador Zeeman. Esto presenta una limitación en la elección de la potencia del láser. Al emplear potencias más grandes, encontramos que una mayor cantidad de átomos son devueltos antes de salir del desacelerador Zeeman.

### **3.4.** Melaza óptica y trampa magneto-óptica (MOT)

En esta sección se describen los elementos necesarios para atrapar y enfriar una nube de átomos en una trampa magneto-óptica (abreviada MOT por sus siglas en inglés *Magneto-Optical Trap*), la cual corresponde al siguiente paso de enfriamiento después del desacelerador Zeeman. En una primera parte se presenta la melaza óptica unidimensional como una herramienta para entender el funcionamiento de una MOT. Posteriormente, se describe una trampa magneto-óptica unidimensional, además de presentar el sistema a emplear en nuestro experimento.

#### 3.4.1. Melaza óptica

Por medio de dos haces láser contrapropagándose y ligeramente desintonizados al rojo es posible desacelerar un átomo independientemente de su dirección de movimiento. Para un átomo en reposo, la fuerza espontánea de ambos lados es la misma, resultando en una fuerza neta igual a cero. En cambio, si el átomo se mueve en cualquiera de las direcciones, entrará en resonancia con el haz apuntando en la dirección opuesta de su movimiento debido al efecto Doppler. En el marco de referencia de los átomos, la frecuencia efectiva de los fotones contrapropagantes será  $\omega' = \omega \left(1 + \frac{v}{c}\right)$ , mientras la frecuencia efectiva de los fotones moviéndose en la misma dirección que los átomos será  $\omega' = \omega \left(1 - \frac{v}{c}\right)$ . Debido a que los haces están desintonizados al rojo, una de estas frecuencia coincidirá con la resonancia de la transición atómica. Por tanto, la probabilidad de absorber un fotón será más grande para aquellos fotones con **k** opuesta a la velocidad de los átomos **v**, y los átomos serán desacelerados.

Para dos haces contrapropagándose con vectores de onda  $\pm \mathbf{k}$ , los cuales son desintonizados al rojo  $\delta_0 = \omega - \omega_0$ , y un átomo moviéndose con velocidad +v, la fuerza total sobre el átomo se puede obtener usando la ecuación (3-18):

$$\mathbf{F}_{OM} = \mathbf{F}_{+} + \mathbf{F}_{-} = \frac{\hbar \mathbf{k} \gamma}{2} \left( \frac{s_0}{1 + s_0 + \left(\frac{2\delta_{+}}{\gamma}\right)^2} - \frac{s_0}{1 + s_0 + \left(\frac{2\delta_{-}}{\gamma}\right)^2} \right), \quad (3-28)$$

donde  $\delta_{\pm} = \delta_0 \pm kv$  es la desintonía total. En la figura 3-6 se puede observar la fuerza  $\mathbf{F}_{OM}$  como función de v. Las líneas punteadas corresponden a la fuerza de cada haz  $(\mathbf{F}_{\pm})$ .

Considerando el caso de pequeñas velocidades, es decir  $v \approx 0$ , y asumiendo  $kv \ll \delta_0$ y  $|kv| \ll \gamma$ , la ecuación (3-28) se puede expandir en una serie de potencias, obteniendo

$$\mathbf{F}_{OM} = \frac{8\hbar k^2 \delta_0 s_0}{\gamma \left(1 + s_0 + \left(\frac{2\delta_0}{\gamma}\right)^2\right)^2} \mathbf{v} = -\beta \mathbf{v},\tag{3-29}$$

lo cual también es graficado en la figura 3-6 y demuestra que la fuerza de la melaza óptica



Figura 3-6: Comportamiento de la fuerza de una melaza óptica. En líneas punteadas se presentan las fuerzas de los dos haces contrapropagantes, mientras le fuerza total se muestra de color negro. Para pequeñas velocidades,  $\mathbf{F}_{OM}$  es aproximadamente lineal (línea verde).

tiene un comportamiento viscoso, pues  $\mathbf{F}_{OM} \propto v$ .

Lo anterior corresponde a una melaza óptica unidimensional. En nuestro experimento emplearemos una melaza óptica tridimensional, la cual puede ser construida por la superposición perpendicular de tres melazas unidimensionales. Tal sistema proporciona la fuerza de enfriamiento y confina los átomos en el espacio de velocidades.

#### 3.4.2. MOT

Para obtener una trampa magneto-óptica se requiere un confinamiento en el espacio de posiciones. Por tanto, una fuerza que depende de la posición debe ser añadida a la fuerza dependiente de la velocidad de la melaza óptica, lo cual puede ser hecho por medio de un gradiente de campo magnético.

En lo siguiente procederemos a describir la trampa magneto-óptica en el caso unidimensional, consistente de dos haces contrapropagándose desintonizados al rojo con polarizaciones circulares opuestas ( $\sigma^{\pm}$ ) y un campo magnético inhomogéneo, proporcionado por dos bobinas en configuración anti-Helmholtz.

Para obtener un efecto Zeeman dependiente de la posición emplearemos un gradiente de campo magnético<sup>4</sup> b [es decir,  $B(z) = b \cdot z$ ], donde el centro de la trampa se encuentra a campo cero. Entonces, para un sistema de dos niveles con  $F_g = 0$  para el estado base y  $F_e = 1$  para el estado excitado, los niveles de energía se separarán debido al campo magnético por una cantidad  $E = \Delta \mu b z$  (véase la figura 3-7), donde  $\Delta \mu = (g_{F_e} m_{F_e} - g_{F_g} m_{F_g})\mu_B$ .

Debido a las reglas de selección, derivadas de la conservación de la proyección de momento angular total F a lo largo de la dirección z [49], el haz con polarización  $\sigma^$ proveniente de un lado sólo inducirá transiciones al estado  $m_{F_e} = -1$ , mientras la polarización  $\sigma^+$ , proveniente de la dirección opuesta inducirá transiciones a  $m_{F_e} = +1$ . Por tanto, si ambos haces están desintonizados al rojo con respecto a la transición atómica, un átomo en z > 0 interactuará con el haz proveniente del lado derecho de la trampa, induciendo la transición  $m_{F_g} = 0 \rightarrow m_{F_e} = -1$ , mientras la transición  $m_{F_g} = 0 \rightarrow m_{F_e} = +1$ será inducida por el haz proveniente del lado izquierdo. El resultado es que un átomo cerca del centro en  $z \neq 0$  siempre será empujado al centro de la trampa. Por tanto, en esta trampa, los átomos serán atrapados y enfriados con el mismo mecanismo de la melaza óptica.

La fuerza sobre los átomos en la MOT puede ser obtenida reescribiendo la ecuación

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Estrictamente, el campo magnético generado por un par de bobinas en configuración anti-Helmholtz tiene la forma vectorial  $\mathbf{B}(x, y, z) = b \left[ z \hat{e}_z - \frac{1}{2} (x \hat{e}_x + y \hat{e}_y) \right]$ . Sin embargo, cerca del centro y estudiando una sola dirección, el campo se puede aproximar como  $\mathbf{B}(0, 0, z) = B(z) \hat{e}_z = b \cdot z \hat{e}_z$ .



Figura 3-7: Concepto de una MOT. Los niveles de energía del átomo se sintonizan en cualquiera de las dos direcciones debido al cambio de signo del campo magnético en z = 0. La luz láser proveniente de ambos lados entra en resonancia con los átomos y, por tanto, los empuja hacia el centro de la trampa.

(3-28):

$$\mathbf{F}_{MOT} = \frac{\hbar \mathbf{k} \gamma}{2} \left( \frac{s_0}{1 + s_0 + \left(\frac{2\delta_{MOT+}}{\gamma}\right)^2} - \frac{s_0}{1 + s_0 + \left(\frac{2\delta_{MOT-}}{\gamma}\right)^2} \right), \quad (3-30)$$

pero en este caso la desintonía total es  $\delta_{MOT\pm} = \delta_0 \pm \left(kv + \frac{\Delta\mu B(z)}{\hbar}\right)$ , en el marco de un átomo moviéndose con velocidad v.

Expandiendo la ecuación (3-30) en una serie de potencias y considerando los límites  $kv \ll \delta_0$  y  $E/\hbar \ll \delta_0$ , se obtiene la ecuación de movimiento de los átomos:

$$\mathbf{F}_{MOT} = -\beta \mathbf{v} - \kappa \mathbf{r},\tag{3-31}$$

donde  $\beta$  está dada en la ecuación (3-29) y

$$\kappa = \frac{\Delta \mu \, b}{\hbar k} \beta. \tag{3-32}$$

La expresión (3-31) representa la ecuación de movimiento de un oscilador armónico

amortiguado, donde se define la razón de amortiguamiento  $\Gamma_{MOT} = \beta/m$  y la frecuencia de oscilación  $\omega_{MOT} = \sqrt{\kappa/m}$ . Tales cantidades determinan la condición de sobreamortiguamiento  $\zeta = \frac{\Gamma_{MOT}}{2\omega_{MOT}} > 1$ , en la cual un eficiente confinamiento es alcanzado, es decir, los átomos no oscilarán en la trampa sino que sólo serán empujados al centro.

Algunas de las cantidades a tomar en cuenta al diseñar una MOT son el radio de captura  $R_c$  y la velocidad de captura  $v_c$ . Por un lado, el radio de captura  $R_c$  de una MOT está definido por la distancia del centro al punto donde un átomo en reposo entra en resonancia con la luz de la MOT y puede ser expresado como [33]

$$R_c = \frac{\hbar \delta_0}{\Delta \mu b}.$$
(3-33)

En cambio, la velocidad de captura  $v_c$  es la máxima velocidad que un átomo puede tener para ser confinado por la MOT, si este viaja a través de la longitud de la trampa la cual está dada por 2r, donde r es el radio del haz. La velocidad de captura puede ser estimada de  $R_c$  y la fuerza de la melaza óptica [ecuación (3-18)] [33],

$$v_c = \sqrt{\frac{2R_c F_{spont}}{m}}.$$
(3-34)

Sin embargo, para una desintonía total casi cero ( $\delta \approx 0$ ), la ecuación anterior se puede escribir como

$$v_c = \sqrt{\frac{R_c \gamma}{m} \left(\frac{s_0}{1+s_0}\right)}.$$
(3-35)

Las cantidades anteriores se calcularon por medio de una simulación de la dinámica de la MOT con el propósito de encontrar los parámetros adecuados para nuestro experimento. Los mejores resultados se obtuvieron para una desintonía  $\delta_0 = -6\gamma$ , considerando un haz de una pulgada de diámetro y un gradiente de campo magnético b = 25 G/cm, para ambas especies atómicas (<sup>6</sup>Li y <sup>7</sup>Li). El campo magnético generado por nuestro sistema de bobinas (Véase la sección 5.3) se puede apreciar en la figura 3-8. Las gráficas de las trayectorias en el espacio fase se presentan en la figura 3-9 para diferentes parámetros de la MOT.



Figura 3-8: Simulación de la magnitud del campo magnético para dos bobinas en configuración anti-Helmholtz con una corriente de 50 A, separadas una distancia de 52.1 mm, con radio interno de 38 mm, consistentes en 4 x 6 espiras de alambre rectangular de 1.6 mm x 4.6 mm en: (a) plano x - z para y = 0 y (b) eje z.

En el caso de bajas intensidades ( $s_0 \approx 0.1$ ) los átomos hacen un remolino indicando un bajo amortiguamiento y produciendo el movimiento oscilatorio, mientras a altas intensidades son atraídos inmediatamente al centro de la trampa, dando lugar a un sobreamoriguamiento. Las líneas rojas que aparecen en las gráficas de la figura 3-9 corresponden a la condición de desintonía igual a cero, es decir

$$\delta_{MOT+} = \delta_0 + kv + \frac{\Delta\mu Az}{\hbar} = 0$$
  

$$\delta_{MOT-} = \delta_0 - kv - \frac{\Delta\mu Az}{\hbar} = 0$$
(3-36)

A bajas intensidades los átomos capturados son aquellos con velocidad inicial menor a la indicada por las líneas de desintonía cero. Por otro lado, en el caso de altas intensidades, los átomos fuera de las líneas son también confinados, debido al sobreamortiguamiento. Esto también se aprecia en las velocidades de captura: aproximadamente de 60 m/s en el caso de bajas intensidades y alrededor de 175 m/s en el otro escenario, tanto para <sup>6</sup>Li como <sup>7</sup>Li. Sin embargo, en la parte inferior de la figura 3-9 la máxima velocidad atrapada por la MOT es de alrededor de 80 m/s, esto se debe al tamaño de los haces



Figura 3-9: Espacio fase de la dinámica de la MOT: (a) para <sup>6</sup>Li con una potencia de 1.25 mW en los láseres ( $s_0 \approx 0.1$ ), (b) para <sup>7</sup>Li con una potencia de 1.25 mW en los láseres ( $s_0 \approx 0.1$ ), (c) para <sup>6</sup>Li con una potencia de 75 mW en los láseres ( $s_0 \approx 5$ ) y (d) para <sup>7</sup>Li con una potencia de 75 mW en los láseres ( $s_0 \approx 5$ ). Las líneas en color verde representan átomos viajando de derecha a izquierda, mientras las líneas azules indican átomos desplazándose de izquierda a derecha.

los cuales determinan la región de captura de átomos en movimiento. Por tanto, con los parámetros ya mencionados es posible capturar átomos de <sup>6</sup>Li o <sup>7</sup>Li con tan sólo modificar la frecuencia del láser, sin necesidad de cambiar el campo magnético. En la figura 3-10 se presenta un esquema conceptual de la trampa magneto óptica que emplearemos en nuestro experimento.

Aunque los haces de luz pueden ser usados para desacelerar los átomos con una



Figura 3-10: Imagen conceptual de la trampa magneto óptica a emplear en el Laboratorio de Materia Ultrafría. Se puede observar el sistema de bobinas, consistente de 4 x 6 espiras de alambre rectangular de 1 mm x 4 mm, y los tres haces contrareflejados con polarizaciones  $\sigma^+$  y  $\sigma^-$ . En la sección 5.3 se darán detalles de la posición de las bobinas.

consecuente reducción de la temperatura de la muestra atómica, existe un límite de temperatura que puede ser alcanzado. La mejor forma de entender esto es suponer el campo láser como un baño térmico a muy bajas temperaturas, por lo cual los átomos en el baño no podrán tener una energía menor que la de los fotones del campo de luz. Inclusive si el valor promedio de procesos de emisión-absorción es cero, cada átomo después de emitir un fotón adquiere un momento  $\hbar k$ , el cual puede incrementar su energía, dando lugar a un aumento de la temperatura del sistema. Tal energía es conocida como la energía de *recoil*, dada por [19]

$$E_{rec} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}.\tag{3-37}$$

Entonces, el mínimo absoluto para la temperatura de un átomo, conocido como temperatura de *recoil*, es definida como

$$T_{rec} = \frac{E_{rec}}{k_B},\tag{3-38}$$

la cual es usualmente del orden de 1  $\mu$ K y depende de la longitud de onda del láser.

Multiplicando la energía de *recoil* con la tasa de dispersión  $\Gamma_{sc}$  de la ecuación (3-15), la tasa de calentamiento puede ser encontrada. Igualando la tasa de enfriamiento dada por  $\mathbf{F}_{MOT}$  y la tasa de calentamiento es posible encontrar un equilibrio térmico en la temperatura Doppler [46],

$$T_D = \frac{\hbar\gamma}{2k_B},\tag{3-39}$$

la cual será igual a 137.6  $\mu$ K para el <sup>6</sup>Li y <sup>7</sup>Li. Por tanto, la temperatura límite de una MOT estará dada por  $T_D$ , de tal forma que la MOT sólo puede servir como un paso más de enfriamiento, sin embargo crea un gas atómico lo suficientemente frío para ser cargado a una trampa óptica de dipolo en la que podrá ser subsecuentemente enfriado hasta la temperatura de degeneración cuántica, siendo éste el objeto de estudio del capítulo 4.

# 3.5. Sistema láser

Para atrapar átomos en la MOT requerimos de un sistema láser que proporcione los haces para llevar a cabo los escenarios de enfriamiento y confinamiento anteriores. En consecuencia, debe ser capaz de entregar las frecuencias de enfriamiento y rebombeo para ambas especies atómicas.

Para cumplir con dicho objetivo, emplearemos dos diodos láser CEL002 Cateye Laser producidos por MOGLabs, los cuales generan una longitud de onda de 671 nm con una potencia de hasta 100 mW, mientras el ancho de línea puede ser colocado por debajo de 100 kHz. En la figura 3-11 se presenta nuestro sistema óptico principal.

Ya que la diferencia entre las frecuencias de enfriamiento y rebombeo es de aproximadamente 228 MHz y 803.5 MHz para <sup>6</sup>Li y <sup>7</sup>Li, respectivamente (ver sección 2.4), necesitamos de un sistema que permita cambiar la frecuencia de los haces dependiendo del uso que tendrán. Para cumplir con ello emplearemos Moduladores Acusto-Ópticos (conocidos como AOMs por sus siglas en inglés *Acusto-Optics Modulators*). Tales dispositivos consisten de un transductor piezoeléctrico conectado a un cristal de cuarzo. Por medio de una señal eléctrica oscilante con una frecuencia sintonizable se hace vibrar el transductor creando una onda sonora en el cristal. De esta forma, cuando un haz atraviesa el AOM, su frecuencia es cambiada por una cantidad igual a la frecuencia de oscilación de la onda sonora, debido a la interacción fotón-fonón [50]. En nuestro experimento emplearemos AOMs producidos por IntraAction Corp serie ATM, los cuales pueden cambiar la frecuencia de la luz de 40 hasta 250 MHz dependiendo del modelo.

Igualmente, en nuestro sistema láser emplearemos diferentes amplificadores ópticos (MOA001 Optical Amplifier de MOGLabs) para incrementar la potencia hasta un valor máximo de 500mW, sin cambiar la longitud de onda. Estos dispositivos y los AOMs servirán para crear diferentes haces con los valores propios de longitud de onda e intensidades requeridas en las diferentes fases del experimento.

En la figura 3-11 se presenta, en forma simplificada, el sistema óptico para la producción de los haces de luz de la MOT y el desacelerador Zeeman. El sistema óptico completo que se instalará en el Laboratorio de Materia Ultrafría se puede revisar en el Apéndice A de este trabajo. Sin embargo, por simplicidad, en esta sección sólo se describirá el esquema de la figura 3-11.

En una primera parte, una porción del haz producido por el diodo láser CEL002, con una longitud de onda de 671 nm, se hará pasar por un AOM (llamado *Inicial* en la figura 3-11) configurado a  $-6\gamma$  y será amplificado por medio de un MOA001, para después ser acoplado en una fibra óptica. A la salida de la fibra óptica, el haz es dividido en dos partes: una es usada producir la frecuencia de rebombeo, mientras que la otra es empleada para producir la frecuencia de enfriamiento. Debido a la separación entre los niveles hiperfinos del estado base  $2^2S_{1/2}$  (de 228.2 MHz y 803.5 MHz para el <sup>6</sup>Li y <sup>7</sup>Li, respectivamente), es necesario ajustar los haces con las frecuencias de las transiciones de enfriamiento y rebombeo, lo cual será realizado por AOMs en configuración de paso doble, llamados *Enfriam* y *Rebom* en la figura 3-11. Posteriormente, los haces serán nuevamente amplificados.

Después, los haces de enfriamiento y rebombeo son divididos en dos porciones de



Figura 3-11: Esquema simplificado del sistema óptico principal. Los valores de frecuencia a emplear fueron obtenidos por medio de las simulaciones de cada uno de los escenarios de enfriamiento descritos en el capítulo 3. En el Apéndice A se puede revisar el esquema completo del sistema óptico principal.

igual potencia: una será acoplada a una fibra óptica y empleada para los haces de la MOT, mientras la otra mitad pasará por un AOM en configuración de paso doble. Tal AOM, llamado Zeeman en la figura, está configurado a una frecuencia de  $-30.35\gamma$ , de tal forma que el paso doble cambia la frecuencia de los haces por  $-60.7\gamma$ , para después

ser acoplados en una fibra óptica, donde se usarán para el desacelerador Zeeman.

#### Estabilización de frecuencia

Debido a las fluctuaciones térmicas y de corriente, la frecuencia de un haz láser puede cambiar en el tiempo sin un sistema de anclaje preciso hasta en 1 GHz, lo cual representa un problema significativo pues, en nuestro experimento, el ancho de línea de las transiciones ópticas usadas para el <sup>6</sup>Li y <sup>7</sup>Li son de 5.872 MHz. Por tanto, para estabilizar la frecuencia láser es necesario primero observar el espectro de absorción de las especies atómicas involucradas y utilizarlo como referencia.

Para cumplir con dicho requerimiento, nosotros emplearemos la técnica de Espectroscopía de Absorción Saturada (SAS, por sus siglas en inglés *Satured Absorption Spectroscopy*) [49, 51], la cual es usada para fijar la frecuencia láser a un valor de referencia dado por las transiciones de las especies atómicas. Experimentalmente, se trata de una celda (llamada *Heat Pipe*) con vapor de <sup>6</sup>Li ó <sup>7</sup>Li colocada aparte del sistema láser principal. En este último, una porción del haz es acoplado en una fibra óptica y transferido al sistema de anclaje donde se encuentra tal celda.

Si se hiciera pasar un haz de luz por la celda y se variara la frecuencia de este a través de la resonancia atómica, se observaría una disminución en la transmisión en forma de un mínimo en una señal tomada por un fotodiodo. Sin embargo, debido al efecto Doppler<sup>5</sup>, el ancho de línea de una transición se amplía, de tal forma que la señal se difumina y se vuelve irresoluble. Este efecto es superado en la Espectroscopía de Absorción Saturada usando dos haces láser contrapropagantes, originados a partir del haz proveniente del sistema principal, para desarrollar la espectrocopía. El primer haz (llamado *bombeo*) pasa por la celda en una dirección, mientras el segundo haz (nombrado *prueba*) es enviado a través de la celda en la dirección opuesta y detectado en un fotodiodo. Debido a que los haces viajan en direcciones opuestas, la única forma que interactúen simultáneamente

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>El efecto Doppler toma importancia en este caso pues los átomos ven la luz con una frecuencia diferente,  $\omega' = \omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$ , dependiendo de la magnitud y dirección de su velocidad  $\mathbf{v}$ .

con átomos es si estos se encuentran en reposo (v = 0). Por tanto, siendo que el haz de bombeo tiene una intensidad mucho mayor que la intensidad de saturación  $(I_{sat} = 2.56 \text{ mW/cm}^2)$ , la mayoría de los átomos serán excitados por él y la absorción del haz de prueba se reducirá, incrementando la intensidad transmitida a esta frecuencia [49].

Sin embargo, debido a la división hiperfina del estado base  $2^2S_{1/2}$ , tendremos un sistema de tres niveles, con dos estados base  $(F_{g_1} \ y \ F_{g_2})$  y uno excitado. Por tanto, en el espectro de transmisión se observarán dos máximos correspondientes a cada estado base hiperfino, con frecuencias  $\omega_1 \ y \ \omega_2$ . Además, se podrá apreciar un mínimo de transmisión, conocido como señal de cruce, la cual se origina cuando los haces tienen una frecuencia  $\omega_L = (\omega_1 + \omega_2)/2$ . En tal situación, para una clase de átomos con velocidad v, el bombeo tiene la frecuencia resonante  $\omega_1$ , mientras el haz de prueba tiene la frecuencia  $\omega_2$  para átomos con velocidad -v. Por tanto, los átomos moviéndose a velocidad +v son bombeados del estado  $F_{g_1}$  al  $F_{g_2}$ , incrementando la población en  $F_{g_2}$  y, por tanto, incrementando la absorción del haz prueba. De forma análoga, los átomos con velocidad -v son transferidos de  $F_{g_2}$  al  $F_{g_1}$ , aumentado también la absorción del haz prueba. Ambos procesos reducen la señal de transmisión en el fotodiodo a esta frecuencia, dando lugar a dicho mínimo [33].

La configuración que emplearemos en nuestro experimento se presenta en la figura 3-12 de forma simplificada. En este caso el haz de *bombeo* pasará a través de un Modulador Electro-Óptico (EOM, por sus siglas en inglés *Electro-Optical Modulator*), el cual consiste de un cristal no lineal cuyo índice de refracción puede cambiar en función de la magnitud de un campo eléctrico externo y, de esta forma, un campo láser experimentará un cambio de fase  $\psi$  al pasar por el EOM, lo cual generará dos bandas laterales en el haz de bombeo.

Después del EOM, el haz de bombeo pasará a través de la *Heat Pipe* donde interactuará con el haz de prueba y, debido a las no linealidades del medio (<sup>6</sup>Li, <sup>7</sup>Li) [52], dos bandas laterales aparecerán en el haz de prueba a una frecuencia diferente. Posteriormente, el haz de prueba será detectado por un fotodiodo. Ya que la transferencia de las bandas laterales ocurre únicamente cuando la condición de resonancia libre de efecto



Figura 3-12: Esquema simplificado del sistema de anclaje, en el cual se lleva a cabo la Espectroscopía de Abosorción Saturada, los haces láser serán transferido desde el sistema principal por medio de fibra óptica. El sistema de anclaje completo se puede consultar en el Apéndice B de este trabajo.

Doppler es satisfecha, la señal detectada en el fotodiodo estará formada por una señal de absorción y una señal de dispersión. Cualquier composición de estas señales podrá ser usada como una señal de error para estabilizar la frecuencia del láser. Este procedimiento es conocido como Espectroscopía de Transferencia de Modulación (abreviada MTS por sus siglas en inglés *Modulation Transfer Spectroscopy*) y en [53] se puede encontrar una discusión detallada de este tema.

# Capítulo 4

# Potenciales conservativos para átomos ultrafríos

Como ya se mencionó en la sección 3.4.2, la MOT no es suficiente para alcanzar una temperatura lo suficientemente baja como para dar lugar a una degeneración cuántica en un gas confinado. Por tal motivo, en nuestros experimentos emplearemos una trampa óptica de dipolo, la cual tiene como ventaja la ausencia de calentamiento debido a luz resonante en comparación con los métodos de enfriamiento revisados en el capítulo anterior. Igualmente, es posible aplicar diversos campos magnéticos para modificar o controlar la geometría de la trampa.

En este capítulo introducimos los conceptos básicos del confinamiento de átomos en potenciales de dipolo óptico que resulta de la interacción con haces gaussianos fuertemente desintonizados al rojo, lo cual se presenta en 4.1, además de discutir el proceso por el que se realiza el enfriamiento en estas trampas, llamado enfriamiento evaporativo. Posteriormente, en 4.2, presentamos el diseño para nuestro experimento, consistente de un solo haz gaussiano y un campo magnético con curvatura.

# 4.1. Potenciales gaussianos

Para una desintonía grande y una saturación pequeña, el potencial de dipolo de la ecuación (3-10) puede ser reescrito en una forma más conveniente, similar a como se hizo con  $\mathbf{F}_{dip}$  [44],

$$U_{dip}(\mathbf{r}) = -\frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3} \left(\frac{\Gamma}{\omega_0 - \omega} + \frac{\Gamma}{\omega_0 + \omega}\right) I(\mathbf{r}).$$
(4-1)

Igualmente, la tasa de dispersión (3-14) puede ser escrita como:

$$\Gamma_{sc} = \frac{3\pi c^2}{2\hbar\omega^3} \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^3 \left(\frac{\Gamma}{\omega_0 - \omega} + \frac{\Gamma}{\omega_0 + \omega}\right)^2 I(\mathbf{r}),\tag{4-2}$$

de tal forma que, bajo la aproximación de onda rotante, el potencial de dipolo es proporcional a  $\frac{I}{\Delta\omega}$  mientras la razón de dispersión es proporcional a  $\frac{I}{(\Delta\omega)^2}$ . Dado que la dispersión produce calentamiento de los átomos o inclusive pérdidas, es crucial mantener la razón de dispersión tan baja como sea posible. Por este motivo, las trampas ópticas de dipolo usualmente emplean desintonías grandes (pero no tan grandes como para no poder usar la aproximación de onda rotante) y altas intensidades para obtener potenciales lo suficientemente profundos.

Aunque las trampas de dipolo pueden ser realizadas en una gran variedad de geometrías, en nuestro experimento nos basaremos en un haz gaussiano focalizado desintonizado lejanamente al rojo, representando la forma más sencilla de crear una trampa de dipolo proporcionando confinamiento tridimensional.

La distribución de intensidad de un haz gaussiano focalizado (abreviado FB por sus siglas en inglés *Focalized Beam*) con potencia P a lo largo del eje z está dada por [54]

$$I_{FB}(r,z) = \frac{2P}{\pi w^2(z)} \exp\left(-2\frac{r^2}{w^2(z)}\right),$$
(4-3)

donde r hace referencia a la coordenada radial y

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2},$$
 (4-4)

siendo  $w_0$  la cintura del haz y  $z_R = \pi w_0^2 / \lambda$  denota la longitud Rayleigh, todas estas cantidades se presentan en la figura 4-1(a). Por tanto, de la distribución de intensidad, uno puede derivar el potencia óptico  $U(r, z) \propto I_{FB}(r, z)$  usando la ecuación (4-1) y la profundidad de la trampa  $U_0$  estará dada por  $U_0 = |U(0, 0)|$ .

Si la energía térmica  $k_B T$  de un conjunto atómico es mucho menor que la profundidad  $U_0$ , la extensión de la muestra atómica será pequeña comparada con la cintura del haz y la longitud Rayleigh. En este caso, el potencial óptico puede ser aproximado por medio de una expansión en serie de Taylor alrededor de (r = 0, z = 0), resultando:

$$U_{FB} \simeq -U_0 \left[ 1 - 2 \left( \frac{r}{w_0} \right)^2 - \left( \frac{z}{z_R} \right)^2 \right].$$
(4-5)

Comparando las partes radial y axial de la ecuación anterior con el potencial para un oscilador armónico,  $U = \frac{1}{2}m (\omega_r^2 r^2 + \omega_z^2 z^2)$ , es posible encontrar las frecuencias de oscilación de un átomo atrapado:  $\omega_r = \left(\frac{4U_0}{mw_0^2}\right)$  en la dirección radial y  $\omega_z = \left(\frac{2U_0}{mz_R^2}\right)$  en la dirección axial.

En la figura 4-1(b) se presenta el potencial generado por un haz gaussiano focalizado, el cual fue obtenido por medio del programa *Mathematica* donde consideramos  $\lambda =$ 1064 nm y P = 60 W, además de encontrar una temperatura de confinamiento T = $\frac{U_0}{k_B} = 362 \ \mu\text{K}$ , tanto para átomos de <sup>6</sup>Li como de <sup>7</sup>Li. Por otro lado, encontramos que la frecuencia de oscilación en cada dirección es ligeramente diferente para las dos especies atómicas, donde  $\omega_r = 6231.7$  Hz y  $\omega_z = 44.5$  Hz para el <sup>7</sup>Li, mientras  $\omega_r = 6731.1$  Hz y  $\omega_z = 48.1$  Hz para el <sup>6</sup>Li. Sin embargo, en ambos casos se observa que la frecuencia axial es muy pequeña en comparación con la radial, lo cual podría generar pérdidas en el proceso de enfriamiento.



Figura 4-1: Haz gaussiano focalizado. (a) Representación bidimensional de un haz gaussiano con sus cantidades representativas. (b) Potencial normalizado producido por un haz gaussiano focalizado.

Estas pérdidas se deben a que la densidad de una muestra atrapada es determinado por las frecuencias de confinamiento y, durante la preparación de un gas ultrafrío, grandes densidades son ventajosas debido a que llevan a una rápida retermalización en el proceso de enfriamiento. Como una solución a tal inconveniente, nosotros emplearemos un campo magnético con curvatura, siendo descrito en la sección 4.2.

#### 4.1.1. Enfriamiento evaporativo

En lo anterior se ha descrito como funciona el confinamiento en una trampa óptica de dipolo formada por un haz gaussiano focalizado, sin embargo no se ha mencionado como se da el proceso de enfriamiento en ésta. A diferencia de la MOT o del desacelerador Zeeman, el enfriamiento en una trampa de dipolo no ocurre de forma automática debido al carácter conservativo de la fuerza de dipolo, en su lugar es posible emplear la técnica de enfriamiento evaporativo [18].

El enfriamiento evaporativo consiste básicamente en retirar selectivamente los átomos de mayor energía de la trampa, seguido por una retermalización de los átomos restantes por medio de colisiones elásticas, resultando en la reducción de la temperatura del sistema. Para implementar esta idea en una trampa óptica, la intensidad del láser es reducida en función del tiempo, de tal forma que la profundidad de la trampa es reducida y los átomos calientes, los cuales son más propensos a poblar los niveles más altos de la trampa, escaparán. Entonces el gas restante retermalizará, por medio de colisiones elásticas, llegando a una nueva temperatura menor que la inicial.

Para modelar el enfriamiento evaporativo consideramos un proceso discreto. Imaginando que el gas confinado obedece una distribución de Maxwell-Boltzmann, con una temperatura inicial  $T_0$ , todos los átomos con energía mayor a  $\epsilon_c$  son removidos dando lugar a una distribución truncada como se muestra en la Figura 4-2. Posteriormente, debido a la retermalización, esta distribución truncada se convertirá en una nueva distribución de Maxwell-Boltzmann con una temperatura  $T_1$  menor a  $T_0$ , mientras el número de átomos atrapados es reducido de  $N_0$  a  $N_1$ . Este ciclo es repetido con una nueva energía de corte  $\epsilon_c$  hasta alcanzar una temperatura final lo suficientemente baja [55, 56] que permita observar la degeneración cuántica. Este modelo discreto tiene la ventaja de tener una solución exacta que permite estudiar la relación entre los diferentes parámetros del enfriamiento evaporativo, además de poder comparar diferentes potenciales conservativos en un proceso de enfriamiento evaporativo, como lo son el potencial armónico, cuadrupolar, gravitacional y anarmónico [18].



Figura 4-2: Ilustración del proceso de enfriamiento evaporativo: (a) distribución original de energía a temperatura  $T_0$ , (b) retiro selectivo de partículas con energía mayor a  $\epsilon_c$  y (c) retermalización de la distribución a una nueva temperatura  $T_1 < T_0$ .

Ahora bien, la distribución de Maxwell-Boltzmann de átomos a temperatura T con energía entre  $\epsilon$  y  $\epsilon + d\epsilon$  estará dada por

$$f(\epsilon, T)d\epsilon = \frac{1}{Z}D(\epsilon)\exp\left(-\frac{\epsilon}{k_BT}\right)d\epsilon,$$
(4-6)

donde  $D(\epsilon)$  es la densidad de estados, la cual está determinada por el potencial externo  $U(\mathbf{r})$  [21], esto es

$$D(\epsilon) = \frac{2\pi (2m)^{3/2}}{h^3} \int_{V(\epsilon)} \sqrt{\epsilon - U(\mathbf{r})} d^3r, \qquad (4-7)$$

siendo  $V(\epsilon)$  el espacio disponible para los átomos con energía  $\epsilon$  y masa m. Además, Z es la función de partición y puede ser expresada en términos de la densidad de estados,

$$Z = \int D(\epsilon) \exp\left(-\frac{\epsilon}{k_B T}\right) d\epsilon.$$
(4-8)

Por tanto, para conocer la distribución de átomos en un potencial es suficiente con calcular la densidad de estados. En el cuadro 4-1 se presentan los resultados para la densidad de estados y la distribución de energía para un potencial armónico, cuadrupolar, armónico con gravedad y anarmónico. En las distribuciones de energía, las constantes de normalización  $C_i$  están dadas en términos del número inicial de partículas  $N_0$ , es decir

$$\int_0^\infty f(\epsilon, T_0) d\epsilon = N_0. \tag{4-9}$$

	$U(\mathbf{r})$	$D(\epsilon)$	$f(\epsilon,T)d\epsilon$
1	$\frac{1}{2}\omega_x^2 x^2 + \frac{1}{2}\omega_y^2 y^2 + \frac{1}{2}\omega_z^2 z^2$	$rac{1}{2}rac{\epsilon^2}{(\hbarar{\omega})^3}$	$C_1 \epsilon^2 e^{-\epsilon/k_B T} d\epsilon$
2	$\mu_B B' \sqrt{A_x^2 x^2 + A_y^2 y^2 + A_z^2 z^2}$	$rac{16}{105\sqrt{\pi}} \left(rac{m}{2\pi\hbar\bar{A}^2} ight)^{3/2} \epsilon^{7/2}$	$C_2 \epsilon^{7/2} e^{-\epsilon/k_B T} d\epsilon$
3	$\frac{1}{2}\omega_{x}^{2}x^{2} + \frac{1}{2}\omega_{y}^{2}y^{2} + \frac{1}{2}\omega_{z}^{2}z^{2} + mgz$	$rac{1}{2(\hbarar{\omega})^3}\left(\epsilon+rac{mg^2}{2\omega_z^2} ight)^2$	$C_3 \left(\epsilon + \frac{mg^2}{2\omega_z^2}\right)^2 e^{-\epsilon/k_B T} d\epsilon$
4	$\xi_x^2 x^4 + \xi_y^2 y^4 + \xi_z^2 z^4$	$\left(\frac{m}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} \frac{8\Gamma(5/4)^3}{\Gamma(9/4)} \epsilon^{5/4}$	$C_4 \epsilon^{5/4} e^{-\epsilon/k_B T} d\epsilon$

Cuadro 4-1: Densidad de estados  $D(\epsilon)$  y distribución de energía  $f(\epsilon)d\epsilon$  para diferentes potenciales  $U(\mathbf{r})$ : 1) armónico, 2) cuadrupolar, 3) armónico con gravedad y 4) anarmónico. Además,  $C_i$  son constantes de normalización que dependen del número inicial de átomos  $N_0$  y  $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$ ,  $\bar{A} = (\mu B')(A_x A_y A_z)^{1/3}$  son las medias geométricas de las frecuencias del potencial armónico y de los gradientes del potencial cuadrupolar, respectivamente.

Conociendo la distribución de Maxwell-Boltzmann podemos obtener la temperatura  $T_1$  y el número de átomos  $N_1$  para después de un paso de enfriamiento evaporativo. Al remover las partículas con energía mayor que  $\epsilon_c$ , el número de partículas remanentes  $N_1$  será

$$N_1 = \int_0^{\epsilon_c} f(\epsilon, T_0) d\epsilon.$$
(4-10)

Después de un tiempo suficiente el sistema se retermalizará dando lugar a una nueva distribución de Maxwell-Boltzmann  $f(\epsilon, T_1)$ ; por tanto, la nueva temperatura  $T_1$  y número de átomos  $N_1$  estarán dados por

$$N_1 = \int_0^\infty f(\epsilon, T_1) d\epsilon.$$
(4-11)

De igual forma, podemos obtener la energía total de la muestra cuando la distribución ha sido truncada, esto es

$$E = \int_0^{\epsilon_c} \epsilon f(\epsilon, T_0) d\epsilon, \qquad (4-12)$$

mientras la nueva temperatura  $T_1$  y la energía total del sistema están relacionados por

$$E = \int_0^\infty \epsilon f(\epsilon, T_1) d\epsilon.$$
(4-13)

Usando las ecuaciones (4-10), (4-12) y (4-13) es posible encontrar la temperatura  $T_1$ y el número de átomos  $N_1$  [55] para cada distribución de Maxwell-Boltzmann dada en el cuadro 4-1.

Aunque hemos desarrollado nuestro modelo de enfriamiento evaporativo a partir de la energía de corte  $\epsilon_c$ , el parámetro más importante para controlar el enfriamiento evaporativo es la profundidad  $\eta k_B T_0$  del potencial, la cual está dada por



$$\eta = \frac{\epsilon_c}{k_B T_0}.\tag{4-14}$$

Figura 4-3: Temperatura y número de átomos durante un proceso de enfriamiento evaporativo con temperatura inicial  $T_0 = 100 \ \mu\text{K}$ . Las líneas azules, naranjas, verdes y rojas corresponden al potencial armónico, cuadrupolar, armónico con gravedad y anarmónico, respectivamente. (a) Distribución de Maxwell-Boltzmann de energías para cada potencial, (b) Fracción de átomos en función de  $\eta$ , (c) Fracción de temperatura con respecto a  $\eta$  y (d) Fracción de átomos en función de la temperatura.
Para la realización de la simulación numérica definimos un parámetro de corte inicial  $\eta_0$  y, debido a que la muestra se retermaliza, en el siguiente paso de enfriamiento es necesario emplear un parámetro de corte menor, es decir  $\eta_1 = \eta_0 - \Delta \eta$ . Este procedimiento es repetido después de cada ciclo de retermalización.

Para ilustrar este modelo, realizamos una simulación para cada potencial tomando una temperatura inicial de 100  $\mu$ K, un parámetro de corte  $\eta_0 = 3.0 \text{ y } \Delta \eta = (1 - e^{-0.01 \cdot j})\eta_0$ para el *j*-ésimo paso de enfriamiento. Los resultados se presentan en la figura 4-3. Aunque en un proceso completo de enfriamiento evaporativo el número de átomos se reduce, la tasa de decrecimiento de la temperatura debe ser mayor para obtener un gas cuántico degenerado. Por tanto, observando la figura 4-3(d), que presenta la relación entre el número de átomos y la temperatura de la muestra durante el enfriamiento evaporativo, podemos decir que los potenciales más eficientes para alcanzar la degeneración cuántica son el anarmónico y armónico con gravedad<sup>1</sup>.

El modelo anterior representa una forma sencilla de estudiar el enfriamiento evaporativo de átomos para diferentes potenciales de confinamiento, el cual proporciona una guía para optimizar el proceso de enfriamiento, como por ejemplo, la variación de la profundidad del potencial en función del tiempo (en lo expuesto anteriormente, esto sería controlado por medio del parámetro  $\Delta \eta$ ). Además, una versión completa de este modelo presentada por K.B Davis y W. Ketterle [56] permite establecer estrategias para maximizar la densidad de fase y la razón de retermalización. Sin embargo, cabe mencionar, este modelo está limitado por la transición del régimen clásico al cuántico, lo cual ocurre cuando la muestra alcanza una temperatura del orden de 100 nK [55].

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Una trampa óptica de dipolo corresponde a un potencial armónico y, si experimentalmente no se compensa la gravedad con algún campo magnético, el sistema se puede considerar como un potencial armónico con un campo gravitacional.

### 4.2. Trampa óptica de dipolo con curvatura magnética

De la sección anterior se puede observar que la longitud Rayleigh  $z_R$  es mucho mayor que la cintura del haz  $w_0$  por un factor de  $\pi w_0/\lambda$ ; por ello, el potencial en la dirección radial es mucho más confinante que en la dirección axial, lo cual se presentó numéricamente en la sección 4.1. Entonces, para proporcionar un confinamiento estable, se debe compensar tal diferencia.

Un método para generar un potencial con igual profundidad en cada dirección consiste en cruzar dos haces gaussianos perpendiculares con polarizaciones diferentes como se presenta en la figura 4-4, donde la simulación fue realizada con los parámetros mencionados en la sección anterior. En este caso, obtuvimos una profundidad de 724.8  $\mu$ K, la cual es mayor al caso de un solo haz gaussiano, sin embargo las frecuencias de confinamiento para las dos especies atómicas son de aproximadamente 6.731 kHz en las tres direcciones espaciales. Entonces, con esta configuración es posible crear un confinamiento estable en la dirección radial y axial.



Figura 4-4: Configuración de haces gaussianos cruzados. (a) Cruce de dos haces gaussianos a cierto ángulo diferente de cero. (b) Potencial producido por el cruce de dos haces gaussianos a 90 grados, con polarizaciones ortogonales para evitar interferencia.

Aunque usar dos haces gaussianos parezca un procedimiento sencillo para generar una trampa puramente óptica con confinamiento estable en ambas direcciones, existe un importante inconveniente: la alineación de los haces es complicada. Por tal motivo, en los primeros experimentos del Laboratorio de Materia Ultrafría, emplearemos un solo haz gaussiano acompañado por una curvatura magnética. La ventaja de este sistema consiste en la posibilidad de usar las bobinas ya existentes, como son las bobinas de Feshbach, las cuales son descritas en el capítulo 5. Además, en esta configuración, la alineación entre el campo magnético y el haz es más sencilla en comparación al sistema de haces cruzados.

Para describir el confinamiento de átomos por medio de campos magnéticos partiremos de la ley de Biot-Savart,

$$\mathbf{B}(x,y,z) = \frac{\mu_0 I'}{4\pi} \int_{\mathcal{C}} \frac{d\mathbf{l} \ge \hat{\mathbf{r}}'}{|\mathbf{r}'|^2},\tag{4-15}$$

donde I' es la corriente total en el cuerpo bajo estudio,  $d\mathbf{l}$  es el vector diferencial de longitud de un elemento de corriente,  $\hat{\mathbf{r}}$  es el vector unitario en la dirección de  $\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{l}$ , con  $\mathbf{l}$  el vector de desplazamiento del elemento de corriente y  $\mathbf{r}$  el punto en cual el campo magnético es calculado. En el caso de bobinas circulares, con eje en la dirección z, el campo magnético puede ser expresado en términos de integrales elípticas [57, 58]. Para una bobina de radio R, centrada en z = A y conduciendo una corriente I, el campo magnético en coordenadas cilíndricas está dado en unidades del SI por:

$$B_r(r,z) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{z-A}{r[(a+r)^2 + (z-A)^2]^{1/2}} \left[ -K(k^2) + \frac{R^2 + r^2 + (z-A)^2}{(R-r)^2 + (z-A)^2} E(k^2) \right],$$
(4-16)

$$B_z(r,z) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{[(R+r)^2 + (z-A)^2]^{1/2}} \left[ K(k^2) + \frac{R^2 - r^2 - (z-A)^2}{(R-r)^2 + (z-A)^2} E(k^2) \right], \quad (4-17)$$

$$B_{\phi}(r,z) = 0,$$
 (4-18)

donde 
$$k^2 = \frac{4Rr}{(R+r)^2 + (z-A)^2}.$$
 (4-19)

Siendo  $K(k^2)$  y  $E(k^2)$  las integrales elípticas del primer y segundo tipo, respectiva-



Figura 4-5: Magnitud del campo magnético para dos bobinas en configuración Helmholtz con una corriente de 220 A, separadas una distancia de 82 mm, con radio interno de 81 mm consistentes en 6 x 12 espiras de alambre cuadrado de 4.6 mm de lado en: (a) plano  $x - z \operatorname{con} y = 0$  y (b) eje z.

mente. Cabe señalar que, basados en estas ecuaciones, desarrollamos los programas para simular los campos magnéticos de todos los sistemas descritos en este capítulo y en el anterior.

Por otro lado, aplicando las ecuaciones de Maxwell y usando argumentos de simetría es posible escribir el campo magnético en una expansión multipolar en cada dirección, lo cual se puede revisar de forma detallada en el trabajo de T. Bergeman, G. Erez y H.J. Metcalf [58]. De forma particular, para una configuración con simetría cilíndrica, el campo magnético puede ser escrito como:

$$\mathbf{B}(r,z) = \left[-\frac{B_1}{2}r - \frac{B_2}{2}rz, B_0 + B_1z + \frac{B_2}{2}\left(z^2 - \frac{r^2}{2}\right)\right],\tag{4-20}$$

siendo  $B_0$ ,  $B_1$  y  $B_2$  los coeficientes del polinomio.

Una nube atómica de baja temperatura, que cumpla con la condición  $k_B T < \mu_B B_0$ , experimentará un potencial armónico tridimensional determinado por la magnitud del campo magnético y el momento magnético  $\mu$  [59]

$$U = \mu B(r, z) = \mu B_0 + \frac{\mu}{2} (B_r'' r^2 + B_z'' z^2) + \mathcal{O}(r^3, z^3, zr^2, z^2r, \dots),$$
(4-21)

donde podemos identificar  $B''_z = B_2$  como la curvatura en la dirección axial,  $B''_r = B_1^2/B_0 - B_2/2$  la curvatura radial y  $B_0$  la magnitud del campo magnético en el origen.

De forma análoga al potencial producido por un haz gaussiano, la curvatura axial  $B''_z$ está relacionada a la frecuencia de confinamiento  $\omega_z$  como  $\mu B''_z = m\omega_z^2$  y, por tanto,

$$\omega_z = \left(\frac{\mu B_z''}{m}\right)^{1/2}.\tag{4-22}$$

En la trampa óptica de dipolo emplearemos los estados base de menor energía (en el caso del <sup>6</sup>Li se trata de los estados  $|1\rangle$  y  $|2\rangle$ , los cuales fueron expuestos en la sección 2.3.3), los cuales usaremos como una mezcla de fermiones para llevar a cabo el enfriamiento evaporativo de forma eficiente. Por tal motivo, debemos calcular las frecuencias de confinamiento correspondientes a cada estado, para lo cual es necesario determinar el momento magnético  $\mu$  de cada estado. La fórmula de Breit-Rabi (2-42) relaciona el campo magnético y el momento magnético de un estado  $|F, m_F\rangle$  como:

$$E_{BR}(F, m_F) = \mu B, \qquad (4-23)$$

y, derivando a ambos lados de la ecuación con respecto a B, se obtiene

$$\mu = \frac{dE_{BR}(F_{\pm}, m_F)}{dB} = g_I \mu_B m_F \pm \frac{1}{4} \Delta E_{hf} \frac{\left(4\frac{(g_J - g_I)\mu_B m_F}{\Delta E_{hf}(2I+1)} + 2\frac{(g_J - g_I)^2 \mu_B^2 B}{\Delta E_{hf}^2}\right)}{\left(1 + 4\frac{(g_J - g_I)\mu_B m_F B}{\Delta E_{hf}(2I+1)} + \frac{(g_J - g_I)^2 \mu_B^2 B^2}{\Delta E_{hf}^2}\right)^{1/2}}.$$
 (4-24)

Entonces, usando la ecuación (4-24) es posible encontrar el momento magnético para estados de la forma  $|F_{\pm} = I \pm 1/2, m_F\rangle$ , como son los estados  $|1\rangle = |F = 1/2, m_F = -1/2\rangle$ y  $|2\rangle = |F = 1/2, m_F = +1/2\rangle$  del <sup>6</sup>Li.

En nuestro experimento emplearemos un par de bobinas en configuración Helmholtz,



Figura 4-6: Estructura de las bobinas de curvatura formadas por 6 x 12 espiras de alambre cuadrado de 4.6 mm de lado. Estas bobinas están subdivididas en dos partes: una de 6 x 2 espiras y otra de 6 x 10 espiras con alimentadores de corriente independientes. El motivo de esto se explicará en el capítulo 5.

las cuales pueden generar curvaturas de 14.40 G/cm<sup>2</sup> (axial) y -7.20 G/cm<sup>2</sup> (radial) a la máxima corriente de operación de 220 A<sup>2</sup>, esto corresponde a frecuencias de confinamiento de 21.789 (21.796) Hz y 15.407 (-15.412) Hz en la dirección axial y radial, respectivamente, para el estado  $|1\rangle$  ( $|2\rangle$ ) del <sup>6</sup>Li. La curvatura positiva (negativa) en la dirección axial (radial) se puede apreciar en la figura 4-5 donde se presenta la magnitud del campo magnético en el plano x - z para nuestras bobinas de curvatura, las cuales se presentan en la figura 4-6.

Además, cabe mencionar, el campo magnético de las bobinas de curvatura siempre estará encendido desde el momento en que carguemos la trampa óptica de dipolo. Esto será realizado usando la máxima potencia del láser, es decir 60 W, equivaliendo a una profundidad de 362  $\mu$ K. Aunque la muestra se encuentra a aproximadamente 140  $\mu$ K [ecuación (3-39)] es conveniente usar una trampa con una profundidad mayor, lo cual permite asegurar que una gran fracción de átomos puedan ser atrapados.

Aún cuando la frecuencia radial del potencial magnético ( $\approx 21 \text{ Hz}$ ) es mucho menor que la del haz gaussiano en la dirección radial ( $\approx 6.1 \text{ KHz}$ ) a P = 60 W, a tal potencia

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Fuente de corriente modelo SM 15-200 D, Delta Elektronika.



Figura 4-7: Potenciales de confinamiento producidos por las bobinas de curvatura en combinación con un haz gaussiano focalizado para una potencia de (a) 60 W y (b) 200 mW.

las pérdidas no son importantes por tener una gran profundidad de trampa. Sin embargo, a bajas potencias (alrededor de 200 mW) las pérdidas pueden llegar a ser considerables por tener una baja profundidad (1.2  $\mu$ K), es aquí donde las frecuencias de confinamiento (388 Hz radial y 3 Hz axial) deben de ser cercanas, lo cual solucionaremos usando la curvatura magnética para complementar el confinamiento axial. Por otro lado, la curvatura magnética negativa en la dirección radial no representa un problema, pues es despreciable comparada con el gran confinamiento óptico.

Frec.	$U_{FB}(60 \text{ W})$	$U_{FB}(200 \text{ mW})$	$U_{FB}(60 \text{ W}) + B_{curv}$	$U_{FB}(200 \text{ mW}) + B_{curv}$
$\omega_r/2\pi$ [Hz]	6731.15	388.62	6731.11	388.01
$\omega_z/2\pi$ [Hz]	48.10	2.78	50.51	15.66

Cuadro 4-2: Frecuencias de confinamiento en la dirección radial y axial para diferentes potenciales de confinamiento. En la segunda y tercera columna se tiene un sólo haz gaussiano focalizado a una potencia de 60 W y 200 mW, respectivamente. En las últimas dos columnas, al potencial del haz gaussiano se le agrega la curvatura magnética.

En la figura 4-7 se presenta una simulación del potencial final producido por el haz gaussiano focalizado, con valores de potencia de 60 W y 200 mW, y las bobinas de curvatura mencionadas. En el cuadro 4-2 se presentan las frecuencias para los potenciales generados por un haz gaussiano focalizado y la combinación de éste con la curvatura magnética. Estos resultados confirman lo mencionado en el párrafo anterior, pues se puede observar que la curvatura negativa en la dirección radial no afecta el confinamiento mientras la curvatura positiva axial complementa el confinamiento óptico en tal dirección.

## Capítulo 5

## Campos de Feshbach

Como ya se mencionó en la sección 2.3, las resonancias de Feshbach pueden ser usadas para crear estados ligados entre los átomos de un gas ultrafrío y, en particular, un caso importante es el de la formación de moléculas [60]. Estas moléculas de Feshbach de enlace débil sirven como punto inicial para experimentos de superfluidez y química cuántica, por lo cual la física de cómo se forman estos pares ha llamado la atención de un creciente número de investigadores [5, 61]. Dentro de este contexto, en el experimento a desarrollar en el Laboratorio de Materia Ultrafría deseamos estudiar el cruce BEC-BCS y, en particular, la formación y condensación de moléculas de Feshbach usando gases ultrafríos de <sup>6</sup>Li.

En este capítulo se presentan las configuraciones experimentales que emplearemos para estudiar la formación y condensación de moléculas de Feshbach, así como el cruce BEC-BCS. En la sección 5.1 se describe cómo son creadas las moléculas de Feshbach a partir de un gas de átomos fermiónicos y en la sección 5.2 se presentan los arreglos a usar en nuestro experimento.

#### 5.1. Formación de moléculas de Feshbach

Para toda resonancia de Feshbach (véase la sección 2.3) existe un estado de enlace de dos cuerpos conocido como molécula de Feshbach, las cuales tienen una energía de enlace,  $E_B$  (ecuación (2-39)), determinada por la longitud de dispersión *a* cerca de la resonancia. Este estado de enlace existe cuando a > 0, con la energía de enlace aproximándose a cero conforme *a* se aproxima a infinito. En la vecindad de una resonancia de Feshbach la función de onda de la molécula tiene la forma

$$\phi_B = \frac{1}{\sqrt{2\pi a}} \frac{e^{-r/a}}{r},\tag{5-1}$$

la cual tiene una separación interatómica media de  $\langle r \rangle = \frac{a}{2}$ . En cambio, para grandes longitudes de dispersión, las funciones de onda presentan grandes separaciones interatómicas fuera del potencial interatómico, en este caso las moléculas de Feshbach pertenecen a una clase universal de estados de halo, llamados así por su enorme tamaño en comparación con la fuerza interatómica [62]. En este límite, la interacción interatómica produce una contribución energética despreciable y la ecuación de Schrödinger se reduce a [62]

$$E_B \phi_B \sim -\frac{\hbar^2}{2\mu_{mol}} \nabla^2 \phi_B. \tag{5-2}$$

Por tanto, la función de onda de la molécula es invariante a las características de la interacción interatómica y la molécula exhibe un comportamiento universal determinado únicamente por la longitud de dispersión [61].

En un gas de átomos, será posible tener un número significativo de moléculas para temperaturas tales que

$$T_{mol} \approx \frac{E_B}{k_B},\tag{5-3}$$

lo cual es típicamente alcanzado a temperaturas del orden de  $\mu$ K. En el caso particular de un gas de átomos fermiónicos de la misma especie, pero con dos estados diferentes, el momento angular de la molécula es un número entero, llevando a un comportamiento bosónico. Por tanto, la condensación de Bose-Einstein de moléculas puede ser realizada a temperaturas menores a la temperatura crítica de la ecuación (2-10). En este estado de condensación, la función de onda está determinada por la ecuación de Gross-Pitaevskii (2-13) y el perfil de densidad [ecuación (2-16)] se obtiene del límite de Thomas-Fermi. La condensación de Bose-Einstein molecular fue lograda hace poco más de diez años con los isótopos fermiónicos de <sup>6</sup>Li [6, 8] y <sup>40</sup>K [7].

En el caso de una mezcla de átomos de <sup>6</sup>Li en los dos estados hiperfinos más bajos, el procedimiento para realizar un condensado de Bose-Einstein molecular se puede desarrollar por medio de un proceso de enfriamiento evaporativo (Véase la sección 4.1.1) en una trampa óptica de dipolo con un campo magnético constante de aproximadamente 804 G cerca de la resonancia de Feshbach a 834 G, para lo cual  $a \sim 15000a_0$  y  $T_{mol} \sim 200$  nK. Cabe mencionar que, para llevar a cabo un proceso de enfriamiento evaporativo de una mezcla de átomos de <sup>6</sup>Li en los dos estados hiperfinos más bajos, es conveniente aplicar un campo magnético cercano a la resonancia de Feshbach en el lado de interacciones repulsivas, pues esto favorece los tiempos de retermalización debido a la alta razón de colisiones elásticas [63]. Al comienzo del proceso de enfriamiento evaporativo el gas es puramente atómico y *a* es la longitud de dispersión para colisiones elásticas entre los átomos en estados diferentes. Conforme se reduce la temperatura se favorece la formación de moléculas y, en el paso final del enfriamiento evaporativo, una muestra molecular es enfriada hacia la condensación de Bose-Einstein [6].

Otro de los objetivos que tenemos en el Laboratorio de Materia Ultrafría es estudiar el cruce BEC-BCS, lo cual también se puede realizar con una mezcla de átomos de <sup>6</sup>Li en los dos estados hiperfinos más bajos, como ha sido demostrado por los grupos de R. Grimm [64] y W. Ketterle [11]. Para cumplir con tal objetivo, después de alcanzar la condensación de Bose-Einstein molecular, el campo magnético será variado lentamente (para permitir que el gas siga un proceso adiabático y permanezca en equilibrio térmico en todo el proceso) de 804 G a un valor por encima de la resonancia de Feshbach, de esta forma el gas podrá pasar de ser un BEC molecular al régimen BCS [64]. Además, si el campo magnético se varía hasta un valor cercano a la resonancia de Feshbach es posible estudiar efectos de superfluidez en un gas de <sup>6</sup>Li en el cruce BEC-BSC [11, 65, 66].

### 5.2. Configuraciones para la resonancia de Feshbach del <sup>6</sup>Li

Para estudiar la formación de moléculas de Feshbach usaremos la ancha resonancia de Feshbach a aproximadamente 830 G de los estados  $|1\rangle = |F = 1/2, m_F = -1/2\rangle$  y  $|2\rangle = |F = 1/2, m_F = +1/2\rangle$  del <sup>6</sup>Li, la cual fue descrita en la sección 2.3.3. Para cumplir con este objetivo, nuestro sistema experimental permite diferentes opciones en las cuales se emplean los potenciales conservativos descritos en el capítulo anterior, así como las bobinas de MOT y curvatura mencionados en las secciones 3.4.2 y 4.2, respectivamente.

En 5.2.1 se expondrá la primera configuración, consistente en una trampa óptica de dipolo de haces gaussianos cruzados acompañada por un campo magnético homogéneo. Mientras, en 5.2.2 se presenta la segunda configuración, formada por una trampa óptica de un solo haz gaussiano y una curvatura magnética. En ambos casos se explicará el procedimiento para llevar a cabo la formación de moléculas de Feshbach en base a la teoría explicada anteriormente.

#### 5.2.1. Primera configuración

En esta primera configuración, el gas de átomos de <sup>6</sup>Li será cargado a una trampa óptica de dipolo formada por dos haces gaussianos, cruzados a 90 grados con polarizaciones ortogonales (sección 4.2), para después ser llevado a la degeneración a través de un proceso de enfriamiento evaporativo. Durante tal proceso la muestra estará bajo un campo magnético plano de aproximadamente 804 G producido por las bobinas de curvatura y MOT.

Las bobinas de curvatura están divididas en dos partes (figura 4-6): el primer par, el cual llamaremos *bobinas complementarias*, están formadas de 6 x 2 espiras de alambre;



Figura 5-1: Campo magnético generado por las bobinas principales operando a 217 A, las bobinas complementarias a 67.5 A y las bobinas de MOT a una corriente de 44.5 A, circulando en la dirección opuesta respecto a las primeras. Todas en configuración Helmholtz. De izquierda a derecha: magnitud del campo magnético sobre el eje x y sobre el eje z.

por otro lado, el segundo par de bobinas, que nombraremos *bobinas principales*, consiste de 6 x 10 espiras de alambre cada una. Además, cada par de bobinas cuenta con una alimentación de corriente independiente. Aprovechando este sistema, es posible generar un campo magnético prácticamente plano a 804 G de la siguiente forma: las bobinas principales operarán a una corriente de 217 A en configuración Helmholtz, las bobinas complementarias funcionarán con una corriente de 67.5 A (en configuración Helmholtz) y, finalmente, las bobinas de MOT se usarán a 44.5 A, también en configuración Helmholtz) producirá un campo magnético prácticamente plano con una magnitud en el centro de 803.97 G y una curvatura radial (axial) de -0.0057 (0.0115) G/cm<sup>2</sup>, lo cual corresponde a frecuencias de confinamiento de aproximadamente -0.434 (0.615) Hz para los estados  $|1\rangle$  y  $|2\rangle$  del <sup>6</sup>Li. El campo magnético, calculado numéricamente, se presenta en la figura 5-1.

Por tanto, con el procedimiento explicado en la sección 5.1, será posible obtener moléculas de Feshbach mediante enfriamiento evaporativo y, además, será posible ob-



Figura 5-2: Campo magnético generado por las bobinas principales operando a 217 A, las bobinas complementarias a 175 A y las bobinas de MOT a una corriente de 44.5 A, circulando en la dirección opuesta respecto a las primeras. Todas en configuración Helmholtz. De izquierda a derecha: magnitud del campo magnético sobre el eje x y sobre el eje z.

tener un BEC molecular de átomos de <sup>6</sup>Li. Al llegar a tal punto podrá realizarse una variación del campo magnético para estudiar el cruce BEC-BSC ó el régimen BCS, lo cual podrá llevarse a cabo con sólo aumentar la corriente de las bobinas complementarias. Por ejemplo, suministrando una corriente de 175 A a tales bobinas, se obtiene un campo magnético con una magnitud de 927.40 G en el centro, con lo cual nos encontramos en el lado BSC de la resonancia de Feshbach del <sup>6</sup>Li. El campo magnético generado se presenta en la figura 5-2, éste tiene una curvatura radial (axial) de 0.0235 (-0.0117) G/cm<sup>2</sup> correspondiendo a frecuencias de aproximadamente 0.622 (-0.880) Hz para los estados  $|1\rangle \ge |2\rangle del ^{6}Li$ .

La ventaja de esta configuración radica en la posibilidad de emplear un campo magnético prácticamente plano en una región considerable, lo cual garantiza que las interacciones entre átomos de diferentes estados sean homogéneas en todo el gas, es decir, la longitud de dispersión *a* será la misma en toda la muestra. Sin embargo, esta configuración tiene como principal problema la alineación de la trampa óptica de haces cruzados, lo cual implica una inversión de tiempo considerable. Por tal motivo, nuestro dispositivo experimental fue planeado para poder utilizar otra configuración que permita la formación de moléculas de Feshbach y el estudio del cruce BEC-BSC. Esto nos lleva a la segunda configuración presentada en lo siguiente.

#### 5.2.2. Segunda configuración

Esta configuración esta basada en la trampa óptica de dipolo con curvatura magnética, la cual fue presentada en la sección 4.2, y aprovecha la división de las bobinas de curvatura, de forma similar a la configuración anterior. Sin embargo, a diferencia de lo expuesto en 5.2.1, en este caso las bobinas de MOT no son empleadas.

En esta configuración, el gas de átomos de <sup>6</sup>Li en los estados  $|1\rangle$  y  $|2\rangle$  será cargada a la trampa óptica de dipolo de un solo haz gaussiano y el confinamiento axial será complementado por una curvatura magnética que deberá ser colocada a 804 G. Para generar tal campo magnético, a las bobinas principales se les suministrará una corriente de 205 A, en configuración Helmholtz, mientras la bobinas complementarias se mantendrán apagadas, dando lugar a un campo magnético de 804.83 G en el centro. El campo magnético generado en esta configuración se muestra en la figura 5-3, éste presenta una curvatura radial (axial) de 13.40 (-6.70) G/cm<sup>2</sup> correspondiendo a frecuencias de aproximadamente 21.00 (-14.84) Hz para los estados  $|1\rangle$  y  $|2\rangle$  del <sup>6</sup>Li, las cuales son muy próximas a las frecuencias de confinamiento mencionadas en la sección 4.2.

Igual que en la primera configuración, por medio de enfriamiento evaporativo será posible formar moléculas de Feshbach y se podrá obtener un BEC molecular. Además, para estudiar el cruce BEC-BCS o el régimen BCS, se variará la corriente de las bobinas complementarias hasta llegar a un campo magnético que coincida con la resonancia de Feshbach o, en el cual, la muestra pase al lado BCS.

La principal ventaja de esta configuración, en comparación con la revisada en 5.2.1, radica en la facilidad para alinear un solo haz gaussiano, sin embargo la curvatura magnética puede provocar que las interacciones entre átomos no sean homogéneas, lo cual puede llegar a ser una desventaja importante. Por tanto, en el diseño de las bobinas de curvatura



Figura 5-3: Campo magnético generado por las bobinas principales operando a 205 A en configuración Helmholtz. En las imágenes de la parte inferior se muestra la magnitud del campo magnético sobre (a) el eje x y (b) el eje z. En la parte inferior se muestra la magnitud del campo magnético, sobre (c) el eje x y (d) el eje z, cerca del centro en una región de 300  $\mu$ m.

fue necesario, comprobar que el cambio en la longitud de dispersión a, a lo largo de la muestra, no fuese muy relevante. El tamaño promedio de un gas de átomos de <sup>6</sup>Li confinado en una trampa óptica de dipolo es de aproximadamente 100  $\mu$ m [19, 33]. Revisando la figura 5-3(c) y 5-3(d), se puede apreciar que el cambio en el campo magnético a una distancia de 100  $\mu$ m no supera los 0.001 G, equivaliendo a una diferencia de aproximadamente 45 $a_0$  en la longitud de dispersión, lo cual es realmente pequeño si se considera que a 804 G la longitud de dispersión es igual a 15000 $a_0$ .



Figura 5-4: Dibujo de la cámara principal, o también llamada cámara de experimentos.

#### 5.3. Bobinas de la cámara

En las secciones 3.4.2, 4.2 y 5.2 hemos descrito el funcionamiento de las bobinas de curvatura y MOT, sin embargo hasta este punto no hemos presentado cómo se integrarán estas bobinas al experimento.

Las bobinas de MOT y Feshbach serán colocadas en la cámara principal (en la figura 5-4 se muestra un dibujo técnico) en donde serán confinados los átomos provenientes del desacelerador Zeeman. En lo siguiente se dan más detalles de su colocación respecto al centro de la cámara, donde se encontrarán los átomos, y sus características.

• Bobinas de MOT. El gradiente de campo requerido para cargar la MOT es creado por dos bobinas en configuración anti-Helmholtz, cada una consiste de 24 espiras con un diámetro interno  $D_0 = 76$  mm y una distancia mínima al centro de la cámara  $A_0 = 26.05$  mm, de esta forma las bobinas estarán montadas en la parte interior de la cámara (véase la figura 5-5). Para construirlas se emplearon alambres rectangulares de 1 mm x 4 mm con una resina aislante de 0.3 mm de espesor, los cuales están acomodados en  $n_r = 4$  vueltas en la dirección radial y  $n_z = 6$  capas en z, para cada bobina. De forma numérica encontramos que, a una corriente de 50 A, las bobinas generarán un gradiente axial de 50 G/cm y de 25 G/cm en la dirección radial, además de obtener una inductancia de 48.63 µH equivaliendo a 8.42 ms en tiempo de descarga.

• Bobinas de curvatura y Feshbach<sup>1</sup>. Consisten en dos bobinas de 72 espiras de alambre hueco cuadrado de 4 mm con un diámetro interno de 2.5 mm y una resina extra de 0.3 mm, acomodados en  $n_r = 12$  vueltas en la dirección axial y  $n_z = 6$ capas en la dirección radial. La distancia mínima entre cada bobina y el centro de la cámara es  $A_0 = 42$  mm y su diámetro interno es  $D_0 = 162$  mm. Como ya se mencionó, cada bobina está dividida en dos secciones: la primera de 6 x 2 espiras siendo la más cercana al centro de la cámara y la segunda de 6 x 10 espiras, donde cada una será alimentada por una fuente independiente. En cuanto a características, calculamos que las bobinas complementarias (principales) tienen una inductancia de 70.7 (1269.3)  $\mu$ H y un tiempo de descarga de 24.8 (89.1) ms.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Construidas por la empresa alemana Oswald.



Figura 5-5: Bobinas de la cámara principal. En (a) se presenta la cámara de experimentos con sus bobinas en sus respectivos soportes. Además, se señalan las entradas de agua de las bobinas de Feshbach y sus alimentadores. Se pueden observar dos pares de alimentadores: los más cercanos al centro de la cámara alimentan 6 x 2 espiras de alambre, mientras los dos alimentadores más alejados del centro alimentan 6 x 10 espiras de alambre. En (b) se muestra un corte transversal de la primera imagen, donde se puede apreciar la ubicación de las bobinas de MOT y Feshbach. Finalmente, en la imagen inferior se presentan las bobinas de curvatura/Feshbach que serán empleadas en nuestros experimentos.

## Capítulo 6

### Conclusiones

En el curso de esta tesis se diseñó parte del sistema experimental a usar en el Laboratorio de Materia Ultrafría del Instituto de Física, lo cual consistió en un desacelerador Zeeman y una trampa magneto-óptica (MOT), los cuales pueden ser empleados para confinar y enfriar, a temperaturas del orden de 100  $\mu$ K mediante enfriamiento láser, átomos de <sup>6</sup>Li y <sup>7</sup>Li de forma independiente. Además, estos dispositivos representan un buen punto inicio para producir, con otros métodos de enfriamiento, un gas cuántico degenerado. Tales sistemas se montarán junto con el sistema de vacío<sup>1</sup> y la cámara principal. El diseño final del sistema principal que montaremos se presenta en la figura 6-1.

Por otro lado, se diseñó el sistema óptico principal en el cual se producirán los haces necesarios para el desacelerador Zeeman y la MOT. Las frecuencias serán fijadas por un sistema de anclaje donde se determinará el espectro de absorción de las especies atómicas involucradas y que será empleado como marco de referencia.

Por otro lado, para alcanzar la degeneración cuántica en los estados hiperfinos  $|1\rangle$  y  $|2\rangle$  del <sup>6</sup>Li, se diseñaron las bobinas de curvatura, también llamadas bobinas de Feshbach, con las cuales es posible usar dos configuraciones diferentes para alcanzar la degeneración cuántica y la formación de moléculas de Feshbach en el lado positivo de la resonancia de

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Desarrollado por Eduardo Ibarra García Padilla quien es estudiante del grupo. El diseño forma parte de su tesis de licenciatura.



Figura 6-1: Diseño final del sistema principal a usar en el experimento de gases ultrafríos del Laboratorio de Materia Ultrafría. En este sistema, el haz de átomos proveniente del desacelerador Zeeman ingresará a la cámara principal por un brazo. Agradecimientos a Eduardo Ibarra García Padilla por proporcionarme las imágenes del sistema de vacío.

Feshbach, así como su condensación a temperaturas ultrabajas. Ambas configuraciones se basan en el uso de una trampa óptica de dipolo: en la primera se emplea una trampa de haces gaussianos cruzados con un campo magnético homogéneo, mientras en la segunda se usa un solo haz gaussiano con una curvatura magnética. Sin embargo, debido a la dificultad para alinear una trampa de haces cruzados, en nuestros primeros experimentos se empleará la segunda configuración. Adicionalmente, con este sistema, será posible controlar la magnitud de la interacción entre átomos pudiendo estudiar el cruce BEC-BCS o producir un gas de pares de fermiones correlacionados a grandes distancias (superfluido BSC).

#### 6.1. Perspectivas

Basándonos en las diferentes resonancias de Feshbach de los átomos de litio y la formación de moléculas de Feshbach de  $^{6}$ Li, en el Laboratorio de Materia Ultrafría desea-

mos emplear los gases ultrafríos como un modelo controlable para estudiar diferentes fenómenos, como son:

- Turbulencia cuántica. Uno de los principales ingredientes en un flujo turbulento son los vórtices. En un fluido turbulento, vórtices de muy diferentes tamaños, formas y orientaciones continuamente aparecen, interactúan y se disipan. Esto hace que su descripción sea extremadamente difícil. En general, la descripción hidro-dinámica de un superfluido es mucho más simple que la de un fluido clásico debido a que efectos cuánticos restringen severamente el flujo del superfluido. En este caso, el estado turbulento consiste de un enredo de muchos vórtices cuantizados con diferentes longitudes y formas [67, 68], este estado es conocido como turbulencia cuántica. En el Laboratorio de Materia Ultrafría aprovecharemos las posibilidad de utilizar un superfluido fermiónico o uno bosónico, y la capacidad de controlar las interacciones atómicas, incluyendo el acceso al cruce BEC-BSC, llevará al estudio de la turbulencia cuántica.
- Dinámica de mezclas de gases bosónicos y fermiónicos superfluidos Una de las líneas de frontera en el estudio de gases cuánticos consiste en el estudio de mezclas compuestas por gases atómicos de diferentes naturalezas. En este caso, proponemos la creación de una mezcla compuesta por bosones de <sup>7</sup>Li y fermiones de <sup>6</sup>Li. La dinámica cuántica de este sistema de muchos cuerpos ofrece posibilidades muy interesantes en el estudio de fases cuánticas poco vistas y su posibilidad de vinculación con fenómenos observados en sistemas de materia condensada (como superconductores y <sup>4</sup>He y <sup>3</sup>He superfluidos) y sistemas astrofísicos, como las estrellas de neutrones.

# Apéndice A

# Sistema óptico principal completo



Figura A-1: Esquema del sistema láser principal completo.

# Apéndice B

# Sistema anclaje completo



Figura B-1: Esquema del sistema de anclaje completo.

### Bibliografía

- M.H. Anderson, J.R. Ensher, M.R. Matthews, C.E. Wieman y E.A. Cornell, Observation of Bose-Einstein condensation in a Dilute Atomic Vapor, Science 269, 198 (1995)
- [2] K.B. Davis, M.O. Mewes, M.R. Andrews, N.J. van Druten, D.S. Durfee, D.M. Kurn y W. Ketterle, Bose-Einstein condensation in a trapped atomic gas, Phys. Rev. Lett. 75, 22 (1995).
- [3] C.C. Bradley, C.A. Sackett, J.J. Tollet y R.G. Hulet, Evidencie of Bose-Einstein Condensation in an Atomic Gas with Attractive Interactions, Phys. Rev. Lett. 75, 1687 (1995).
- [4] B. DeMarco y D.S. Jin, Onset of Fermi degeneracy in a trapped atomic gas, Science 285, 5434 (1999).
- [5] C. Chin, R. Grimm, P. Julienne y E. Tiesinga, Feshbach Resonances in Ultracold Gases, Rev. Mod. Phys 82, 1225 (2008).
- [6] S. Jochim, M. Bartenstein, A. Altmeyer, G. Hendl, S. Riedl, C. Chin, J. Hecker Denschlag y R. Grimm, Bose-Einstein Condensation of Molecules, Science 302, 2101 (2003).
- [7] M. Grenier, C.A. Regal y D.S. Regal, Emergence of a molecular Bose-Einstein condensate from a Fermi gas, Nature 426, 537 (2003).
- [8] M.W. Zwierlein, C.A. Stan, C.H. Schunck, S.M.F. Raupach, S. Gupta, Z. Hadzibabic y W. Ketterle, Observation of Bose-Einstein Condensation of Molecules, Phys. Rev. Lett. 91, 25 (2003).
- [9] J. Bardeen, L.N. Cooper y J.R. Schrieffer, *Theory of Superconductivity*, Phys. Rev. 108, 1175 (1957).
- [10] C.A. Regal, M. Grenier y D.S. Jin, Observation of Resonance Condensation of Fermionic Atom Pairs, Phys. Rev. Lett. 92, 040403 (2004).
- [11] M.W. Zwierlein, C.A. Stan, C.H. Schunck, S.M.F. Raupach, A.J. Kerman y W. Ketterle, Condensation of Pirs of Fermionic Atoms near a Feshbach Resonance, Phys. Rev. Lett. 92, 120403 (2004).
- W. Zwerger, W. Bloch y J. Dalibard, Many-body physics with ultracold atoms, Rev. Mod. Phys. 80, 885 (2008).

- [13] M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T.W. Hansch y I. Bloch, Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms, Nature 415, 39 (2002).
- [14] K. Baumann, C. Guerlin, F. Brennecke y T. Esslinger, Dicke quantum phase transition with a superfluid gas in an optical cavity, Nature 464, 1301 (2010).
- [15] W.D. Phillips y H. Metcalf, Laser Deceleration of an Atomic Beam, Phys. Rev. Lett. 48, 9 (1982).
- [16] S. Chu, Nobel Lecture, Rev. Mod. Phys. 70, 685 (1998).
- [17] E.L Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu y D.E. Pritchard, Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure, Phys. Rev. Lett. 59, 2631 (1987).
- [18] W. Ketterle y J. Van Druten, *Evaporative Cooling of Trapped Atoms*, Adv. Atom. Mol. Opt. Phys. 37, 181 (1996).
- [19] A. Morales, Master Thesis, Università di Roma, 2013.
- [20] C.J. Pethick y H. Smith, Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases, Cambridge University Press, 2002.
- [21] V. Bagnato, D. Pritchard, D. Kleppner, Bose-Einstein condensation in an external potential, Phys. Rev. A 35, 10 (1987).
- [22] J.A. Seman, Ph.D. Thesis, Universidade de Sao Paulo, 2011.
- [23] W. Grenier, L. Neise y H. Stöcker, *Thermodynamics and Statistical Mechanics*, Springer-Verlag, New York, Primera edición, 1995.
- [24] L.P. Pitaevskii y S. Stringari, Bose-Einstein Condensation, Oxford University Press, 2003.
- [25] E.P. Gross, Structure in Quantized Vortex in Boson Systems, Sov. Phys. JETP 13, 451 (1961).
- [26] L.P. Pitaevskii, Vortex lines in an imperfect Bose gas, Il Nuovo Simento 20, 455 (1961).
- [27] M. Grenier, Ph.D. Thesis, Ludwig-Maximilians-Universitäit München, 2003.
- [28] G. Baym y C.J. Pethick, Ground-State Properties of Magnetically Trapped Bose-Condensed Rubidium Gas, Sov. Phys. JETP 13, 1018 (1961).
- [29] L.P. Gorkov y T.K. Melik-Barkhudarov, Contribution to the theory of superfluidity in a imperfect Fermi gas, Sov. Phys. JETP 13, 1018 (1961).
- [30] T. Müller, Ph.D. Thesis, ETH Zurich, 2011.
- [31] H. Feshbach, Unified theory of nuclear reactions, Annals of Physics 5, 357 (1958).

- [32] U. Fano, Nuovo Cimento **156**, 12 (1961).
- [33] G. Valtolina, Master's thesis, Università degli studi di Milano Bicocca, 2012.
- [34] M. Bartenstein, A. Altmeyer, S. Riedl, R. Geursen, S. Jochim, C. Chin, J. Hecker Denschlag, R. Grimm, A. Simoni, E. Tiesinga, C.J. Williams y P.S. Julienne, *Precise determination of 6 Li cold collision parameters by radio-frequency spectroscopy on weakly bound molecules*, Phys. Rev. Lett. 94, 103201 (2005).
- [35] M.E. Gehm, Properties of <sup>6</sup>Li, http://www.phy.duke.edu/research/photon/qoptics/techdocs/pdf/PropertiesOfLi.pdf.
- [36] P.S. Julienne y J.M. Hutson, Contrasting the wide Feshbach resonances in <sup>6</sup>Li and <sup>7</sup>Li, Phys. Rev. A 89, 052715 (2014).
- [37] Z. Lin, K, Shimuzu, M. Zhan, F. Shimizu y H. Takuma, Laser Cooling and Trapping of Li, Jp. J. Appl. Phys. 30, 1324 (1991).
- [38] A.J. Moerdijk, B.J. Verhaar y A. Axelsson, Resonances in ultracold collisions of <sup>6</sup>Li, <sup>7</sup>Li and <sup>23</sup>Na, Phys. Rev. A 51, 4842 (1995).
- [39] L. Tarruell, Ph.D. Thesis, École Normale Supérieure, 2008.
- [40] F. Schreck, Ph.D. Thesis, École Normale Supérieure, 2002.
- [41] T.G. Tiecke, Properties of Potassium, http://www.tobiastiecke.nl/archive/PotassiumProperties.pdf
- [42] A. Marte, T. Volz, J. Schuster, S. Dürr, G. Rempe, E.G.M. van Kempen y B.J. Verhaar, Feshbach Resonances in Rubidium 87: Precision Measurement and Analysis, Phys. Rev. Lett. 89, 283202 (2014).
- [43] J. Weiner y P.-T. Ho, Light-Matter Interaction: Fundamentals and Applications, Vol. 1, John Wiley & Sons, 2003.
- [44] R. Grimm y M. Weidemüller, preprint arXiv:990.2072v1.
- [45] L. Allen y J.H. Eberly, *Optical resonance and two-level atoms*, John Wiley & Sons, 1975.
- [46] H.J. Metcalf y P.v. Straten, Laser cooling and trapping, Springer, New York-Berlin, 2002.
- [47] S.K. Mayer, N.S. Minarik, M.H. Shroyer y D.H. McIntyre, Zeeman-tuned slowing of rubidium using  $\sigma^+$  and  $\sigma^-$  polarized light, Optics Communications **210**, 259 (2010).
- [48] D.S. Durfee, Ph.D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1999.

- [49] C.J. Foot, Atomic Physics, 1ra edición, Oxford University Press, 2005.
- [50] E. Li, B.J. Eggleton, K. Fang y Shanhui, Photonic Aharonov-Bohm effect in photon-phonon interactions, Nature Communications 5, 3225 (2014).
- [51] W. Demtröder, Laser Spectroscopy Vol. 1: Basic Principles, 3ra edición, Springer, 2008.
- [52] J.H. Shirley, Modulation transfer processes in optical heterodyne saturation spectroscopy, Opt. Lett. 7, 537 (1982).
- [53] D.J. Hopper, Ph.D. Thesis, Queensland University of Technology, 2008.
- [54] A. Yariv, Quantum Electronics, 3ra edición, John Wiley & Sons, 1989.
- [55] E. Henn, J. Seman, E. Ramos, A. Iavaronni, T. Amthor y V. Bagnato, Evaporation in atomic traps: A simple approch, Am. J. Phys. 75, 907 (2007).
- [56] K. Davis, M. Mewes, W. Ketterle, An analytical model for evaporative cooling of atoms, App. Phys. B 60, 155 (1995).
- [57] W.R. Smythe, Static and Dynamic Electricity, 3ra edición, McGraw-Hill, New York, 1968.
- [58] T. Bergeman, G. Erez y H.J. Metcalf, Magnetostatic trapping fields for neutral atoms, Phys. Rev. A 35, 1535 (1987).
- [59] M.J. Pritchard, Ph.D. Thesis, University of Durham, 2006.
- [60] K. Strecker, G. Partridge y R. Hulet, Conversión of an Atomic Fermi Gas to a Long-Lived Molecular Bose Gas, Phys. Rev. Lett. 91, 8 (2003).
- [61] T. Köhler, K. Góral y P Julienne, Production od cold molecules via magnetically tunable Feshbach resonances, Rev. Mod. Phys. 78, 1311 (2006).
- [62] D.S. Petrov, C. Salomon y G.V. Shlyapnikov, Weakly bound molecules of fermionic atoms, Phys. Rev. Lett. 93, 090404 (2004).
- [63] S.R. Granade, M.E. Gehm, K.M. O'Hara y J.E. Thomas, All-Optical Production of a Degenerate Fermi Gas, Phys. Rev. Lett. 88, 120405 (2002).
- [64] M. Bartenstein, A. Altmeyer, S. Riedl, S. Jochim, C. Chin, J. Hecker Denschlag y R. Grimm, Crossover from a molecular Bose-Einstein condensate to a degenerate Fermi gas, Phys. Rev. Lett. 92, 120401 (2004).
- [65] J. Kinast, S.L. Hemmer, M.E. Gehm, A. Turlapov y J.E. Thomas, Evidence for superfluidity in a resonantly interacting Fermi gas, Phys. Rev. Lett. 92, 150402 (2004).

- [66] G.B. Partridge, K.E. Strecker, R.I. Kamar, M.W. Jack y R.G. Hulet, Molecular probe of pairing in the BEC-BSC crossover, Phys. Rev. Lett. 95, 020404 (2005).
- [67] E.A.L. Henn, J.A. Seman, G. Roatti, K.M.F Magalhães y V.S. Bagnato, Emergende of Turbulence in an Oscillating Bose-Einstein Condensate, Phys. Rev. Lett. 103, 045301 (2009).
- [68] M.W. Zwierlein, C.A. Stan, C.H. Schunck, S.M.F. Raupach, A.J. Kerman y W. Ketterle, Condensation of pairs of fermionic atoms near a Feshbach resonance, Phys. Rev. Lett. 92, 120403 (2003).