

Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE CIENCIAS

OBJETIVO DE MICROSCOPIO DE ALTA RESOLUCIÓN PARA DIAGNÓSTICO Y MANIPULACIÓN DE SISTEMAS ULTRAFRÍOS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

FÍSICO

P R E S E N T A:

PATRICIO VARGAS VÉLEZ

TUTOR

DR. JORGE AMIN SEMAN HARUTINIAN



Ciudad Universitaria, CD. MX., 2022



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Hoja de Datos del jurado

1. Datos del alumno Patricio Vargas Vélez correo: patriciovv@ciencias.unam.mx teléfono: 5512933573 Universidad Nacional Autónoma de México Facultad de Ciencias Física Número de cuenta: 314120331

2. Datos del tutor: Dr. Jorge Amin Seman Harutinian

3. Datos del sinodal 1: Dra. Martha Rosete Aguilar

4. Datos del sinodal 2: Dr. Maximino Avendaño Alejo

5. Datos del sinodal 3: Dr. Pedro Antonio Quinto Su

6. Datos del sinodal 4: Dr. Asaf Paris Mandoki

7. Datos de la tesis

Objetivo de microscopio de alta resolución para diagnóstico y manipulación de sistemas ultrafríos

61 p.

2022

Resumen

En este trabajo se diseña, construye y caracteriza un objetivo de microscopio de alta resolución que se utilizará para el estudio y manipulación de muestras gaseosas compuestas por átomos de ⁶Li en estado de degeneración cuántica. Este objetivo cumplirá con dos funciones: por un lado, se utilizará para producir imágenes de alta resolución de las muestras que se estudian en nuestro experimento; por otro lado, funcionará también para generar potenciales ópticos arbitrarios con los que dichas muestras serán manipuladas.

Las muestras cuánticas se producen en el interior de una cámara de ultra-alto vacío cuyo acceso óptico es limitado, esto impone restricciones severas en el diseño del objetivo del microscopio. Se requiere contar con una distancia de trabajo mayor a los 30 mm y al mismo tiempo se necesita una resolución óptica del orden de micrómetros para poder observar apropiadamente la muestra. Adicionalmente, el objetivo debe permitir el paso de los haces láser que se utilizan en el experimento en las técnicas de enfriamiento láser, que tienen un diámetro típico de 25mm, lo que implica que el diámetro del objetivo deba ser superior a esta longitud.

Utilizando un arreglo de cinco lentes y el software de diseño óptico Zemax OpticStudio, hemos logrado implementar un objetivo de microscopio de 50 mm de diámetro, con una distancia de trabajo de 35 mm, una resolución de 1.3 μ *m* y una apertura numérica de 0.31 para la longitud de onda de 670.9 nm correspondiente a la transición atómica de litio que se utiliza en nuestro experimento. No obstante, nuestro diseño puede ser utilizado para trabajar con otras longitudes de onda variando únicamente la separación entre las lentes que lo componen, obteniendo una resolución del orden de un micrómetro en todo el espectro visible. Cabe mencionar que además de su versatilidad, nuestro diseño es también muy económico ya que todas las lentes que lo componen pueden obtenerse comercialmente por un costo del orden de los USD \$500.00.

Para la generación de potenciales arbitrarios, utilizaremos un dispositivo digital de micro-espejos (DMD) que es un modulador espacial de luz capaz de controlar la ampli-

tud de un haz láser incidente. Nuestro DMD está compuesto por más de 750 mil espejos de 13 μm , lo que nos permite un control muy fino de la amplitud de la luz láser. De esta forma, hemos utilizado este dispositivo para caracterizar la resolución óptica del objetivo construido. Será este mismo DMD el dispositivo que utilizaremos para generar los potenciales ópticos que emplearemos para manipular las muestras. Así, en este trabajo presentamos también dos de los potenciales ópticos que usaremos en el futuro próximo en nuestro experimento y explicamos cómo es que el DMD puede utilizarse para generarlos.

Índice general

1.	Intr	oducción	8				
2.	Fun	ndamentos teóricos					
	2.1.	1. Fuerzas ópticas sobre los átomos					
		2.1.1. Presión de radiación	11				
		2.1.2. Potencial óptico dipolar	13				
	2.2.	Efecto Josephson	15				
		2.2.1. Medidas de transporte con átomos fríos	16				
		2.2.2. El efecto Josephson	16				
	2.3.	Criterio de Landau para la superfluidez	18				
		2.3.1. Vórtices Cuantizados	20				
3.	Des	cripción del experimento	22				
	3.1.	Sistema de vacío	22				
	3.2.	Enfriamiento láser	25				
		3.2.1. Desacelerador Zeeman	26				
		3.2.2. Trampa magneto-óptica	27				
		3.2.3. Melazas D2 y D1	29				
	3.3.	Enfriamiento evaporativo	30				
4.	Proj	piedades del DMD y el Objetivo de Microscopio	33				
	4.1.	El Dispositivo Digital de Micro-espejos	33				
	4.2.	Propiedades ópticas del DMD	34				
		4.2.1. Condición de máxima eficiencia	35				
	4.3.	Objetivo de alta resolución	37				
		4.3.1. Diseño del objetivo	37				
5.	Pote	enciales ópticos con el objetivo y el DMD	44				
	5.1.	Función de esparcimiento de punto	44				
	5.2.	Medición de la psf	45				
	5.3.	Potenciales ópticos para experimentos con átomos ultrafríos	51				
		5.3.1. Junta Josephson	51				

	5.3.2.	Vórtices cuantizados	 	 •••	 •••	•••	•••	•	• •	 	•	53
6.	Conclusion	nes y perspectivas										55

Agradecimientos

A mi mamá Gabriela, a mi hermano Arturo, a Lancer y a Bimba por el apoyo incondicional a lo largo de mi vida.

A Jorge Seman por darme la oportunidad de trabajar en el laboratorio y por todas las enseñanzas.

A mis compañeros Sebastián Morales y Alejandra del Rio por su apoyo en el laboratorio. A Carlos Alberto Gardea Flores y Rodrigo Alejandro Gutiérrez Arenas por ayudarme en las distintas etapas de esta tesis.

Agradecemos a los siguientes proyectos de investigación por hacer posible la realización de esta tesis:

Instituto de Física: PIIF-8, PIIF-9, Beca de Apoyo para Estudiantes Asociados al Instituto de Física PRIDIF21-3. DGAPA-UNAM, PAPIIT: IA101716, IN103818, IN109021, IN109619. CONACYT: Ciencia Básica 255573, Ciencia Básica 254942, A1-S-39242. Laboratorio Nacional: 299057, 314850, 315838. Coordinación de la Investigación Científica UNAM: LANMAC-2019, LANMAC-2020, LANMAC-2021, LANMAC-2022.

Capítulo 1

Introducción

Los gases ultrafríos son sistemas altamente controlables y es gracias a la controlabilidad que pueden ser usados para implementar simuladores cuánticos que pueden ser utilizados para explorar fenómenos en muchos campos, desde materia condensada hasta física de altas energías [1]. Adicionalmente se presentan fenómenos de interés como la condensación de Bose-Einstein. La condensación de Bose-Einstein se presenta por medio de una transición de fase en sistemas bosónicos donde, por debajo de cierta temperatura crítica el estado base del sistema comienza a ser ocupado por partículas que comparten la misma función de onda. [2]

Los primeros condensados de Bose-Einstein en gases atómicos bosónicos fueron observados por un lado por E. Cornell y C. Wieman usando un gas de Rubidio [3] y por otra parte por W. Ketterle usando un gas de Sodio [4], ambos en 1995. Naturalmente surgió la perspectiva de crear un tipo similar de condensado hecho de pares fermiónicos. En 2003, Deborah Jin logró producir por primera vez un condensado de átomos fermiónicos. El experimento involucró 500 000 átomos de ⁴⁰K enfriados a una temperatura de 50 nK, sujetos a un campo magnético [5].

En el Laboratorio de Materia Ultrafría de la UNAM se utiliza el isótopo fermiónico ⁶Li para el estudio de gases cuánticos. El interés de utilizar litio proviene de sus propiedades de interacción a muy bajas temperaturas. El Litio presenta lo que se conoce como resonancia de Feshbach que permite manipular la magnitud y la naturaleza de la interacción por medio de la longitud de dispersión en las colisiones a bajas temperaturas, utilizando un campo magnético externo [6]. En un gas diluido a bajas temperaturas, las interacciones dentro del gas pueden ser descritas únicamente por colisiones entre dos cuerpos. La interacción entre las partículas de dicho gas puede ser descrito por el potencial de contacto dado por [7]

$$V(\vec{r} - \vec{r}') = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m} \delta(\vec{r} - \vec{r}')$$
(1.1)

donde *a* es la ya mencionada longitud de dispersión. Al colocar las partículas en un campo magnético externo la longitud de dispersión se puede escribir como

$$a(B) = a_{bg} \left(1 - \frac{\Delta}{B - B_0} \right) \tag{1.2}$$

Donde B_0 es el campo donde ocurre la resonancia, Δ el ancho de la resonancia y a_{bg} la longitud de dispersión lejos de la resonancia. En la mayoría de las ocasiones se utiliza la resonancia entre los estados $|F = 1/2, m_f = -1/2\rangle$ y $|F = 1/2, m_f = 1/2\rangle$ (ver sección 3.2) debido a las propiedades y naturaleza de los superfluidos que se pueden crear. Cuando la longitud de dispersión es negativa y muy grande, se puede observar un superfluido fermiónico formado por pares de átomos ligados en el espacio de momentos, o pares de Cooper, en este régimen el superfluido puede ser descrito utilizando la teoría BCS [8]. Cuando la longitud de dispersión es positiva, se puede observar un superfluido formado por moléculas de Feshbach. En este régimen, la condensación de Bose-Einstein se puede llevar a cabo debido a la formación de moléculas cuyo espín total es entero, obteniendo un condensado de Bose-Einstein molecular. Finalmente, en la región intermedia entre el lado BEC y el lado BCS, se conoce como régimen unitario, la longitud de dispersión puede considerarse como infinita. Este régimen es fuertemente interactuante.

Como se mencionó, en los gases ultrafríos muchos parámetros del sistema pueden ser controlados, como la interacción entre partículas o la geometría del gas. Este último parámetro puede ser controlado utilizando la fuerza óptica dipolar que la luz ejerce sobre los átomos, dando lugar a un potencial que depende del perfil de intensidad de esta [9]. Una manera de observar fenómenos como los vórtices cuantizados es precisamente modificando la geometría del sistema. Esta puede ser modificada utilizando moduladores espaciales de luz. Uno de ellos es el llamado Dispositivo Digital de Microespejos, que como su nombre lo indica, es un aparato compuesto por un arreglo de espejos de tamaño micrométrico que pueden ser controlados individualmente, lo que nos permite tener un control muy fino de la amplitud de la luz láser que incide sobre el gas y aprovechando la fuerza óptica dipolar, se pueden generar potenciales arbitrarios capaces de modificar la geometría del gas. Para poder utilizar este dispositivo y observar los fenómenos cuánticos a partir de los potenciales creados, es necesario contar con un sistema de imagen de alta resolución. De esta manera es posible resolver los patrones de los espejos micrométricos. Por esta razón es necesario utilizar objetivos de microscopio de alta resolución.

En este trabajo se diseña, se crea y se caracteriza un objetivo de microscopio de alta resolución con una gran distancia de trabajo necesaria para la obtención de imágenes in-situ (que es esencial ya que las imágenes obtenidas son el único método de diagnostico del sistema) fabricado únicamente con lentes comerciales, siendo una solución conveniente y económica para la manipulación precisa y la detección eficiente de sistemas cuánticos. También se caracteriza el dispositivo digital de micro-espejos y se proponen algunos potenciales para la observación de fenómenos cuánticos.

El trabajo se encuentra organizado de la siguiente manera:

- En el capítulo 2 se discuten las fuerzas ópticas que se aplican sobre los átomos neutros para su enfriamiento y confinamiento. También se presenta el efecto conocido como efecto Josephson y se discute el criterio de Landau para la superfluidez y la aparición de los vórtices cuantizados.
- En el capítulo 3 se describe el sistema experimental necesario para el enfriamiento del gas de ⁶Li.
- En el capítulo 4 se presenta al dispositivo digital de micro-espejos (DMD) y el objetivo de microscopio. Se mencionan las características del DMD, tanto ópticas como mecánicas, así como las ventajas que proporciona para la formación de potenciales ópticos. Se presenta el diseño del objetivo de microscopio y se muestran sus características, así como los resultados de simulaciones realizadas para obtener la resolución y aberraciones presentes para las longitudes de onda utilizadas en el experimento $\lambda = 670 nm y \lambda = 532 nm$.
- En el capítulo 5 se caracteriza el sistema de imagen mediante la obtención de la función de esparcimiento de punto y se realizan pruebas experimentales de la eficiencia del objetivo. También se ejemplifica el uso del objetivo de microscopio y el DMD teniendo la capacidad de resolver imágenes del orden micrométrico para la visualización del efecto Josephson y vórtices cuantizados.

Capítulo 2

Fundamentos teóricos

En este capítulo se discuten los conceptos teóricos básicos que se utilizan en el resto del trabajo. Se discuten las fuerzas ópticas que se aplican sobre los átomos neutros para su enfriamiento y confinamiento. También se presenta el efecto conocido como efecto Josephson y se discute el criterio de Landau para la superfluidez y la aparición de los vórtices cuantizados.

El capítulo está organizado de la siguiente manera. En la sección 2.1 se revisa la naturaleza de las principales fuerzas que se utilizan sobre átomos neutros, la fuerza de presión de radiación y la fuerza óptica dipolar. En la sección 2.2 se habla del efecto Josephson en átomos ultrafríos y se comparan algunos resultados en el contexto de los superconductores. Finalmente en la sección 2.3 se discute el criterio de Landau para la superfluidez y su relación con la aparición de vórtices cuantizados.

2.1. Fuerzas ópticas sobre los átomos

Para átomos neutros las trampas ópticas se realizan aprovechando dos interacciones principales, la fuerza de *presión de radiación* o fuerza de dispersión y la fuerza *óptica dipolar* o fuerza conservativa. Cada una con distinta naturaleza y propiedades.

2.1.1. Presión de radiación

Para que la fuerza de presión de radiación exista se requiere que la luz induzca transiciones electrónicas sobre los átomos, es decir, que la frecuencia del haz se encuentre cerca de la resonancia de alguna transición electrónica, de esta manera existe una constante absorción y emisión de fotones que se analizarán en esta sección con un modelo de átomo de dos niveles con la justificación de que al sintonizar la frecuencia del haz con una transición atómica, las demás transiciones se encuentran muy lejos y la probabilidad de que se excite otro nivel es muy baja.

Al absorber un fotón, el átomo experimenta un cambio de momento lineal y después de cierto tiempo τ el átomo regresa al estado base emitiendo un fotón y experimentando un nuevo cambio de momento lineal. Si se considera una fuente de luz continua propagándose a lo largo de una dirección, el cambio de momento del átomo en la absorción será siempre en la misma dirección mientras que la emisión es aleatoria. Después de muchos ciclos de absorción y emisión, el cambio de momento debido a la absorción de cada fotón es $\langle \Delta \vec{p} \rangle = \hbar \vec{k}$ donde $\hbar \vec{k}$ es el momento del fotón mientras que el cambio de momento debido a la emisión espontánea es $\langle \Delta \vec{p} \rangle = 0$ ya que al ser espontánea ocurre en todas las direcciones [10] (ver figura 2.1).



Figura 2.1: Absorción (lado izquierdo) y emisión espontánea (lado derecho) de fotones. El promedio del cambio de momento a lo largo del tiempo para la absorción de cada fotón es $\langle \Delta \vec{p} \rangle = \hbar \vec{k}$. Por otra parte el cambio neto de momento del átomo por la emisión espontánea será cero por ocurrir en todas direcciones.

La fuerza de presión de radiación se puede escribir como $\vec{F}_{disp} = \langle \Delta \vec{p} \rangle / \Delta t$. Si se escribe la tasa de emisión de fotones como $\gamma_{disp} = 1/\Delta t$ entonces se puede escribir la fuerza como [11]

$$\vec{F}_{disp} = \frac{\langle \Delta \vec{p} \rangle}{\Delta t} = \hbar \vec{k} \gamma_{disp} = \hbar \vec{k} \Gamma \rho_{ee}$$
(2.1)

Donde $\Gamma = 1/\tau$ es el ancho natural de la transición y ρ_{ee} es la probabilidad de que el átomo esté en el estado excitado que depende de la intensidad y la frecuencia de la luz. Detalles de ρ_{ee} se pueden consultar en [11]. La probabilidad ρ_{ee} se obtiene de manera semi-clásica resolviendo las ecuaciones ópticas de Bloch y se puede escribir como

$$\rho_{ee} = \frac{1}{2} \frac{s_0}{1 + s_0 + (2\delta/\Gamma)^2} \tag{2.2}$$

A s_0 se le conoce como parámetro de saturación y depende de la intensidad del haz Iy de la intensidad de saturación de la transición $I_{sat} = \frac{\pi hc}{3\lambda^3 \tau}$, de forma que $s_0 = I/I_{sat}$. $\delta = \omega - \omega_0$ es la desintonía de la luz con $\omega = 2\pi c/\lambda$ la frecuencia del haz y $\omega_0 = \Delta E/\hbar$ la frecuencia de la transición. Finalmente de la ecuación (2.2) la fuerza que siente un átomo en reposo se puede escribir como

$$\vec{F}_{disp} = \frac{\hbar \vec{k} \Gamma}{2} \frac{s_0}{1 + s_0 + (2\delta/\Gamma)^2}$$
(2.3)

Si se considera un átomo en movimiento, la frecuencia de la luz que el átomo percibe se ve modificada por el efecto Doppler. La frecuencia se modifica de la forma $\omega' = \omega - \vec{k} \cdot \vec{v}$ con \vec{v} la velocidad del átomo. De este modo la desintonía en la ecuación (2.3) es $\delta' = \omega - \omega_0 - \vec{k} \cdot \vec{v} = \delta_0 - \vec{k} \cdot \vec{v}$.

Para poder confinar a los átomos en una trampa magneto-óptica (ver sección 3.2.2) se necesita considerar haces contrapropagantes. En el caso 1D la fuerza debida a los haces es

$$\vec{F}_{tot} = \vec{F}_{disp+} + \vec{F}_{disp-} = \frac{\hbar \vec{k}^{+} \Gamma}{2} \frac{s_{0}}{1 + s_{0} + \left(2(\delta_{0} - \vec{k}^{+} \cdot \vec{v})/\Gamma\right)^{2}} + \frac{\hbar \vec{k}^{-} \Gamma}{2} \frac{s_{0}}{1 + s_{0} + \left(2(\delta_{0} - \vec{k}^{-} \cdot \vec{v})/\Gamma\right)^{2}} \tag{2.4}$$

Donde \vec{k}^{\pm} representa los vectores de onda de los dos haces contrapropagantes, $\vec{k}^{+} \cdot \vec{v} = |\vec{k} \cdot \vec{v}| \text{ y } \vec{k}^{-} \cdot \vec{v} = -|\vec{k} \cdot \vec{v}|$. La fuerza total se puede simplificar haciendo una aproximación para velocidades bajas $|\vec{k} \cdot \vec{v}| \ll \Gamma$

$$\vec{F}_{tot} \approx \frac{\hbar k^2 s_0}{2} \left(\frac{16\delta_0/\Gamma}{(1+s_0)^2 + 8(1+s_0)(\delta_0/\Gamma)^2 + 16(\delta_0/\Gamma)^4} \right) \vec{v}$$
(2.5)

Donde se aprecia que la fuerza se puede escribir como una fuerza viscosa $\vec{F} = -\alpha \vec{v}$, $\alpha > 0$ con la condición de que la desintonía sea hacia el rojo ya que es la única cantidad en (2.5) que puede cambiar el signo de la fuerza. Usualmente la relación (2.5) suele aplicarse en el límite de bajas intensidades de saturación, en ese caso se puede escribir el coeficiente de viscosidad como

$$\alpha = 4\hbar k^2 s_0 \left(\frac{2|\delta_0|/\Gamma}{(1 + (2\delta_0/\Gamma)^2)^2} \right)$$
(2.6)

2.1.2. Potencial óptico dipolar

En esta sección se introducen los conceptos del potencial óptico dipolar que resulta de la interacción de los átomos con luz y resulta importante cuando se encuentra muy lejos de la resonancia. En este caso la excitación óptica es muy pequeña y la fuerza de presión de radiación causada por la dispersión de fotones es despreciable comparada con la fuerza dipolar.

Cuando un átomo se encuentra en el campo, **E** induce un momento atómico dipolar $\mathbf{P} = \alpha \mathbf{E}$ que oscila a la misma frecuencia ω que la luz láser. α es la polarizabilidad del medio. El potencial de interacción del momento dipolar inducido está dado por [9]

$$U_{dip} = -\frac{1}{2} \langle \mathbf{P} \cdot \mathbf{E} \rangle = -\frac{1}{2} R e(\alpha) |E|^2$$
(2.7)

Donde $\langle \mathbf{P} \cdot \mathbf{E} \rangle$ denota el promedio temporal. Considerando que la intensidad del campo puede ser escrita como $I = 2\epsilon_0 c |E|^2$ con E la amplitud del campo, entonces se observa que el potencial es directamente proporcional a la intensidad del láser. Para obtener una expresión explícita, la polarizabilidad se puede obtener con un tratamiento semi-clásico. Se considera un átomo de dos niveles interactuando con un campo clásico de radiación y se obtiene [9]

$$U_{dip}(r) = \frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3} \frac{\Gamma}{\Delta} I(r)$$
(2.8)

Donde ω_0 es frecuencia de resonancia de la transición atómica, $\Delta = \omega - \omega_0$ es la desintonía del láser a la transición y Γ el ancho de línea de la transición. La fuerza dipolar resulta del gradiente del potencial de interacción es

$$\mathbf{F}_{dip}(r) = -\nabla U_{dip}(r) \tag{2.9}$$

A partir de la ecuación (2.8) se puede ver que es entonces una fuerza conservativa proporcional al gradiente de intensidad del haz.

A pesar de no ser resonante, la luz láser puede ser absorbida y remitida por el dipolo, la tasa de dispersión de este proceso está relacionada a la parte compleja de la polarizabilidad y está dada por [9]

$$\Gamma_{disp} = \frac{1}{\hbar\epsilon_0 c} Im(\alpha) I(r) = \frac{3\pi c^2}{2\hbar\omega_0^3} \left(\frac{\Gamma}{\Delta}\right)^2 I(r)$$
(2.10)

De las ecuaciones (2.8) y (2.10) se aprecia que la tasa de dispersión escala como I/Δ^2 mientras que el potencial de dipolo escala como I/Δ por lo que es conveniente utilizar una gran desintonía para mantener la tasa de dispersión lo mas baja posible.

En cuanto al signo de la desintonía, cuando esta se encuentra hacia el rojo de la transición ($\Delta < 0$) el potencial de dipolo es negativo y la fuerza entonces atrae a los átomos al campo, es decir, el mínimo del potencial se encuentra en posiciones donde la intensidad es máxima. Por otra parte cuando la desintonía es hacia el azul de la transición ($\Delta > 0$) la fuerza repele a los átomos fuera del campo. En el experimento del Laboratorio de Materia Ultrafría se utilizan láseres con ambas desintonías. Uno con desintonía al rojo para generar un potencial confinante en donde la muestra cuántica es producida (ver sección 3.3) y otro con desintonía al azul para modificar la geometría de la muestra por medio de la producción de potenciales ópticos arbitrarios utilizando un DMD (ver sección 5.3). En nuestro caso el perfil de intensidad del haz es gaussiano, es decir,

$$I(r,z) = \frac{2P}{\pi\omega^2(z)} e^{-2r^2/\omega^2(z)}$$
(2.11)

con P la potencia del haz, $\omega(z)$ el tamaño de la cintura del haz en función de su propagación

$$\omega(z) = \omega_0 \sqrt{1 + z/z_R} \tag{2.12}$$

con ω_0 la cintura en el foco y $z_R = \pi \omega_0 / \lambda$ se conoce como la longitud de Rayleigh. Cuando la desintonía es al rojo y el mínimo del potencial coincide con el máximo en intensidad del haz, se puede aproximar el potencial como un potencial armónico de la forma

$$V \approx \frac{1}{2}m(\omega_r^2 r^2 + \omega_z^2 z^2)$$
 (2.13)

donde

$$\omega_r^2 = \frac{4U_0}{m\omega_0^2}, \qquad \omega_z^2 = \frac{2U_0}{mz_R^2}$$
(2.14)

donde ω_r es la frecuencia radial, ω_z la frecuencia axial y U_0 la profundidad del potencial. Estas son las frecuencias que definen el confinamiento de las muestras producidas.

Como se puede ver, el perfil de intensidad I(r) de la luz láser juega un papel fundamental en la forma en la que luz y materia interactúan. Así, tener control de este parámetro proporciona gran flexibilidad a los experimentos con átomos ultrafríos. En esta tesis buscamos desarrollar herramientas que nos den gran control tanto de la geometría como de las dimensiones de los potenciales ópticos. A continuación describiremos algunos de los fenómenos físicos que pretendemos explorar en nuestro experimento y explicamos el papel que tiene la posibilidad de generar potenciales ópticos arbitrarios para poder realizarlos.

2.2. Efecto Josephson

Uno de los primeros fenómenos que se desea explorar con los resultados de esta tesis, es el efecto Josephson. Esta sección no pretende desarrollar a fondo las ecuaciones que rigen al sistema, sino más bien, dar un contexto y mostrar los resultados principales para ver que, utilizando el objetivo de microscopio que desarrollé y el dispositivo digital de micro-espejos (ver sección 5.3) se tiene todo lo necesario para reproducir el efecto Josephson en el Laboratorio de Materia Ultrafria.

2.2.1. Medidas de transporte con átomos fríos

En física de la materia condensada las medidas de transporte son empleadas para identificar las características de los materiales, definiendo si se trata de un aislante, un conductor o superconductor. De manera similar el comportamiento dinámico de un gas atómico revela las propiedades internas del estado cuántico como superfluidez y condensación. El interés en las medidas de transporte en átomos ultrafríos se origina de la exploración de la física de muchos cuerpos y de realizar un simulador cuántico de diversos sistemas de materia condensada. Como los gases ultrafríos son de carga neutra, el transporte en este contexto suele referirse a la masa y la conductividad del sistema atómico se define en términos de esta.

Si se conectan dos reservorios de gas ultrafrío con una barrera delgada, sus funciones de onda se pueden superponer en la región de la barrera e interferir una con la otra. En estas condiciones entra el efecto Josephson, la coherencia de las fases de los condensados provocan una corriente de partículas sin disipación a través de la barrera.

2.2.2. El efecto Josephson

El efecto Josephson fue predicho por B. D. Josephson en 1962 [12] en el contexto de una unión superconductora como se muestra en la figura 2.2. Dos superconductores son separados por un aislante delgado. El acoplamiento resultante entre los superconductores produce una corriente sin disipación I_s fluyendo a través de la barrera que se sustenta por la diferencia de fase de los superconductores.



Figura 2.2: Esquema de la geometría de una unión Josephson superconductora. Dos superconductores se separan por una barrera aislante los suficientemente delgada para que sus funciones se superpongan en la barrera. Cuando esto ocurre, circula una corriente sin disipación a través de la junta que depende de la diferencia de fase de las funciones de onda $\phi = \phi_l - \phi_r$.

Josephson predijo una relación senoidal entre la fase y la corriente en el límite de

acoplamiento débil, es decir para probabilidades pequeñas de transmisión a través de la barrera

$$I_s(\phi) = I_c \sin\phi \tag{2.15}$$

Donde I_c es la máxima corriente soportada por la junta. Más aún, la evolución temporal de la fase relativa se puede obtener como [13]

$$\hbar \dot{\phi} = 2eV \tag{2.16}$$

con 2*e* la carga de los pares de Cooper y V la diferencia de potencial en la unión. Las ecuaciones 2.15 y 2.16 son llamadas las ecuaciones de Josephson y describen el comportamiento de la junta. De estas ecuaciones se pueden identificar dos regímenes dependiendo si la fase relativa cambia o no en el tiempo. En el régimen de corriente directa (dc) ϕ es una constante y una corriente fluye a través de la junta manteniendo V = 0. Por otra parte si se aplica una diferencia de potencial se produce una corriente alterna (ac) oscilando a frecuencia 2*eV*/ \hbar .

La junta de Josephson de la imagen 2.2 puede ser implementada en una muestra superfluida atómica colocando una barrera óptica que sea repulsiva. El efecto Josephson en este caso, predice oscilaciones en términos de dos energías, llamadas energía de carga E_c y la energía de tunelaje E_j .

Para describir el comportamiento de la junta atómica de Josephson, se puede usar un modelo de dos estados que asocie una función de onda independiente de cada lado de la barrera ψ_L y ψ_R . El Hamiltoniano del sistema queda caracterizado por la diferencia atómica $k = \frac{N_L - M_R}{2}$ y la fase relativa entre las funciones de onda de los superfluidos de cada lado de la barrera $\phi = \phi_L - \phi_R$

$$H = \frac{E_c}{2}k^2 - E_J\cos\phi \tag{2.17}$$

De donde se derivan las ecuaciones de movimiento para k y ϕ

$$\dot{k} = \frac{E_J}{\hbar} \sin\phi \tag{2.18}$$

$$\dot{\phi} = \frac{E_C}{\hbar}k\tag{2.19}$$

En la junta atómica, la corriente está dada por el número de portadores que pasan por tunelaje la barrera por unidad de tiempo, es decir $I = \dot{k}$ y la ecuación (2.18) se escribe

$$I = I_c \sin \phi \tag{2.20}$$

donde se definió la corriente crítica como E_J/\hbar . Cuando existe una diferencia de potencial químico en la junta $\Delta \mu = \mu_L - \mu_R$, E_C puede escribirse como $E_C = \Delta \mu/k$ y con esto se reescribe la ecuación para la evolución de la fase (2.19) como

$$\hbar \dot{\phi} = \Delta \mu \tag{2.21}$$

las ecuaciones (2.20) y (2.21) son completamente equivalentes a (2.15) y (2.16) con la diferencia en el potencial químico haciendo el rol de la diferencia de potencial para átomos neutros. Tanto la unión superconductora como la atómica manifiestan la misma fenomenología del efecto Josephson. Estas ecuaciones se derivan formalmente de la ecuación de Gross-Pitaevskii para condensados débilmente interactuantes pero se espera que sean válidas para superfluidos fermiónicos. En el caso fermiónico el transporte es medido en pares bosónicos que conforman el condensado, por lo tanto la corriente descrita es en pares y está conectada con la corriente total atómica simplemente por un factor de 2 $I_B = I/2$. Por lo tanto las ecuaciones que describen el comportamiento en el caso fermiónico son las mismas que en el caso bosónico una vez que se toman en cuenta las cantidades en pares [14, 15, 16].

Para determinar el tamaño de la barrera se puede utilizar la llamada healing length. La healing length es una medida de la distancia más pequeña en la cual la función de onda puede cambiar [2] y está dada por

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{8\pi a n_0}} \tag{2.22}$$

con *a* la longitud de dispersión y n_0 la densidad del superfluido. En nuestro caso, la healing length para superfluidos fermiónicos de ⁶*Li* es del orden micrométrico. De aquí la importancia de contar con un objetivo de microscopio capaz de obtener imágenes de esta resolución y al mismo tiempo se aprecia la importancia de usar el DMD para poder generar los potenciales ópticos y como se verá más adelante, el haz que genera los potenciales también pasa por el objetivo de microscopio. La healing length también determina el tamaño de los vórtices que se forman en un superfluido cuando rota (o un obstáculo rápido pasa a través de él). En los vórtices la función se va a cero en el centro (ver sección 2.3.1) y ξ determina la distancia en la cual la densidad pasa de cero a su valor de bulto en el condensado, de ahí el nombre de healing length.

2.3. Criterio de Landau para la superfluidez

La palabra superfluidez se puede utilizar para describir varios fenómenos. La característica principal de un superfluido es su capacidad de fluir sin disipación, que en el caso de los superconductores lleva a una resistencia nula en el transporte de corriente eléctrica. En el caso atómico, otra propiedad importante de los superfluidos es la manifestación de vórtices cuantizados. El movimiento superfluido puede interpretarse como un fenómeno colectivo en el que las partículas se mueven juntas para preservar la ocupación macroscópica del estado fundamental. En esta sección se presenta el criterio de Landau para para la superfluidez.

Un superfluido puede fluir sin disipación siempre y cuando la velocidad del fluido sea menor a una velocidad crítica v_c . La primer explicación y evaluación de la velocidad crítica fue realizada por Landau [17], quien estableció un criterio para el flujo sin disipación de un superfluido. Para entenderlo se considera un medio superfluido en movimiento con velocidad v_s . La única manera en la que el superfluido pierda energía es creando una excitación. Se considera que el superfluido es capaz de disipar creando una excitación con momento p_e y energía $\epsilon(p_e)$. Para la conservación de momento, después de la creación de la excitación el momento del superfluido es $p_s - p_e$ donde $p_s = mv_s$ es el momento del superfluido antes de la excitación. Después de la emisión de la excitación, el momento del superfluido debe ser menor que el inicial porque solo las excitaciones que reducen la velocidad causan disipación. El proceso de conservación

$$E(p_s) = E(p_s - p_e) + \epsilon(p_e)$$
(2.23)

Considerando la parte cinética de la energía del superfluido, se obtiene

$$\frac{p_s^2}{2m} = \frac{(p_s - p_e)^2}{2m} + \epsilon(p_e)$$
(2.24)

que se reescribe de la forma

$$v_s p_e = \frac{p_e^2}{2m} + \epsilon(p_e) \tag{2.25}$$

Como el primer término del lado derecho de la ecuación (2.25) es siempre positivo, entonces de la conservación de energía se obtiene

$$v_s p_e > \epsilon(p_e) \Longrightarrow v_s > \frac{\epsilon(p_e)}{p_e}$$
 (2.26)

Por lo tanto la creación de una excitación en un superfluido puede ser realizada solo si la velocidad del superfluido pasa la velocidad de la excitación. La velocidad crítica se define entonces como

$$\nu_c = min\frac{\epsilon(p)}{p} \tag{2.27}$$

Para $v_s < v_c$ no existe mecanismo para transferir energía del superfluido a una excitación y el superfluido fluye sin disipación. Una vez que se supera esta velocidad, el superfluido puede perder energía creando una excitación.

2.3.1. Vórtices Cuantizados

Si en la función de onda que describe el condensado se define el operador de corriente en la forma usual de la mecánica cuántica

$$J(r) = \frac{\hbar}{2mi} \left(\Phi * (r) \nabla \Phi(r) - \Phi(r) \nabla \Phi * (r) \right)$$
(2.28)

Expresando la función como $\Phi(r) = \sqrt{n(r)} exp[i\phi(r)]$ donde *n* es la densidad y ϕ la fase del condensado, la corriente se puede escribir como [2]

$$J(r) = \frac{\hbar}{m} n(r) \nabla \phi(r)$$
(2.29)

Con esta expresión para la corriente se calcula la velocidad del condensado, usando que J = nv entonces

$$v(r) = \frac{\hbar}{m} \nabla \phi(r) \tag{2.30}$$

La velocidad depende del gradiente de la fase del condensado y de aquí se obtiene que la velocidad del condensado es irrotacional

$$\nabla \times v = 0 \tag{2.31}$$

La irrotacionalidad del condensado lleva a la cuantización de la circulación. Alrededor de una curva cerrada se encuentra que la circulación Γ es

$$\Gamma = \oint v \cdot dl = \frac{\hbar}{m} \oint \nabla \phi \cdot dl = \frac{\hbar}{m} \Delta \phi$$
(2.32)

donde $\Delta \phi$ es el cambio de la fase en la curva cerrada. Para que la función sea univaluada $\Delta \phi$ debe ser múltiplo de 2π entonces la circulación es

$$\Gamma = \frac{\hbar}{m} 2\pi l \tag{2.33}$$

con *l* entero. La circulación está cuantizada. Este estado determina también una singularidad en la densidad. Para probar esto, considérese un condensado en un flujo azimutal en un sistema con simetría rotacional respecto al eje z. La velocidad a una distancia *r* del eje puede ser calculada usando la definición de la circulación, llevando a [2]

$$v(r) = \frac{\hbar}{mr}l\tag{2.34}$$

Para que la energía cinética del condensado no diverja es necesario que la densidad sea nula sobre el eje de rotación.

Como la healing length determina de tamaño de los vórtices que se forman, que es del orden micrométrico en nuestro caso, nuevamente se aprecia que si se desean observar, es necesario contar con el objetivo de microscopio para el sistema de imagen de alta resolución.

Capítulo 3

Descripción del experimento

En este capítulo se describe el sistema experimental necesario para el enfriamiento del gas de ⁶Li. El capítulo se divide en tres secciones. Primero en la sección 3.1 se describe el sistema de ultra-alto vacío. En la segunda parte en la sección 3.2 se describe el sistema de enfriamiento óptico y en la última sección, la 3.3, se describe la trampa óptica dipolar y el enfriamiento evaporativo donde se alcanza el régimen de degeneración cuántica. Una descripción más detallada de nuestro sistema puede encontrarse en la referencia [18] y en diversas tesis generadas en nuestro laboratorio [19, 20].

3.1. Sistema de vacío

El sistema de ultra-alto vacío necesario para mantener aislado al sistema ultrafrío consiste en 4 etapas principales, el horno, el bombeo diferencial, el desacelerador Zeeman y la cámara de ciencia. La figura 3.1 muestra un esquema del sistema de vacío.



Figura 3.1: Esquema del sistema de ultra-alto vacío incluyendo las bobinas de Zeeman y Feshbach [20]

El horno es un recipiente cilíndrico con 5 g de ⁶Li purificado. El horno es calentado a una temperatura de 450 °C. A esta temperatura la presión del vapor de litio es de 10^{-4} Torr. El vapor producido en el horno pasa por una boquilla generando un haz atómico que se propaga por el resto del sistema con un flujo estimado de 6 × 10^{15} átomos/s. La presión en la cámara de ciencia es de 10^{-11} Torr. Para mantener la diferencia de presión entre el horno y la región donde se llevan a cabo los experimentos se utiliza el bombeo diferencial [21] que consiste en dos tubos alineados delgados, separados 25 mm entre sí.

La cámara de ciencia está conectada al bombeo diferencial mediante un tubo de 56 cm de largo y 16.5 cm de diámetro interno. Alrededor del tubo hay unas bobinas que forman un solenoide cónico que se usa para crear un campo magnético inhomogéneo para formar el desacelerador Zeeman cuyo funcionamiento se explica más adelante.

La última sección del sistema de ultra-alto vacío es la cámara de ciencia. La cámara es de acero inoxidable con forma octagonal. Cuenta con 8 ventanas en los lados, 10 ventanas conectadas por brazos a un ángulo de 13° de la horizontal y dos ventanas verticales. Las ventanas verticales son de gran importancia para el trabajo de esta tesis ya que a través de estas se encuentra la distancia mínima de ≈ 20 mm desde los átomos hasta la cara exterior de las ventanas (figura 3.2). Esta es la restricción de distancia de trabajo del objetivo de microscopio de alta resolución. Además en parte superior de la figura 3.2 también se muestra la configuración que se implementará con el objetivo de microscopio que necesita cumplir tres funciones. La primera es retroreflejar el haz de la trampa magneto-óptica en dirección vertical (ver sección 3.2.2). Para esto se coloca un espejo en una montura traslacional motorizada que es capaz de moverse hasta 50 mm a una velocidad de 500mm/s. Este espejo se retira para poder realizar la segunda función del objetivo, que consiste en enviar un haz con desintonía al azul que proviene del DMD y como ya se explicó poder modificar la geometría de la muestra por medio de la producción de potenciales ópticos arbitrarios. Finalmente la última función del objetivo, es formar parte del sistema de imagen de alta resolución. El haz de imagen también viene por la dirección vertical y después de interactuar con la muestra pasa por el objetivo y se dirige al resto del sistema de imagen que solo consiste en 2 lentes en telescopio para ajustar el tamaño del haz en el CCD.

La técnica de obtención de imagen que se utiliza es llamada imagen por absorción y consiste en obtener una imagen de la sombra producida por la nube atómica iluminada con luz resonante. Los átomos absorben parte de la luz incidente, reduciendo la intensidad transmitida que llega al CCD al final del sistema de imagen. La cantidad de luz absorbida por la nube se conoce como densidad óptica, OD(x, y) y está definida como

$$OD(x, y) = -ln \frac{I(x, y)}{I_0(x, y)}$$
(3.1)

Donde $I_0(x, y)$ es el perfil de intensidad del haz antes de pasar por la nube, I(x, y) es el perfil después de atravesarla. La densidad óptica de la nube es proporcional a la densidad de columna, es decir, a la cantidad de átomos en la dirección de propagación del haz $n(x, y) = \int n(x, y, z) dz$. Matemáticamente se tiene $OD = n(x, y)\sigma$ donde σ es la sección eficaz de absorción de los átomos. A su vez σ es función de la desintonía y del ancho de línea de la transición.

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{1 + s_0 + (2\Delta/\Gamma)^2} \tag{3.2}$$

donde s_0 es el parámetro de saturación en resonancia y σ_0 es la sección eficaz de absorción en resonancia.

Así pues, la densidad óptica de la nube se obtiene en el experimento a partir de tres imágenes: I(x, y), $I_0(x, y)$ que son las imágenes del haz con la sombra de los átomos y sin átomos respectivamente e $I_d(x, y)$ que es una imagen obtenida sin luz que permite compensar el ruido térmico del CCD y la luz ambiental también conocida como dark. En síntesis la operación que se realiza es

$$OD(x, y) = -ln \frac{I(x, y) - I_d(x, y)}{I_0(x, y) - I_d(x, y)}$$
(3.3)

La imagen de absorción permite obtener el número de átomos N a partir de la siguiente expresión

$$N = \int \int n(x, y) dx dy \approx \frac{A}{\sigma} \sum_{x, y} OD(x, y)$$
(3.4)

con A el área efectiva del píxel CCD. Detalles de la técnica y el resto del sistema de imagen se pueden consultar en [22].



Figura 3.2: Esquema de la cámara de ciencia en un corte frontal. Los haces de imagen y MOT van en dirección vertical de abajo hacia arriba. El haz MOT es retroreflejado con el espejo que se encuentra en una montura motorizada. Cuando termina la fase de MOT, se retira el espejo y cuando llega el momento de obtener la imagen, sale el haz que se refleja en el dicroico y va al resto del sistema de imagen. El haz del DMD viene de arriba hacia abajo, pasando por el dicroico y el objetivo hasta llegar a la muestra atómica.

En la figura 3.2 también aparecen las bobinas de Feshbach que como se discutió en el capítulo 1 el campo magnético que generan permite manipular la magnitud y la naturaleza de la interacción por medio de la longitud de dispersión. También aparecen las bobinas de MOT que se discuten en la sección 3.2.2.

3.2. Enfriamiento láser

En el sistema de enfriamiento láser se utilizan las transiciones $2S_{1/2} \rightarrow 2P_{3/2}$ y $2S_{1/2} \rightarrow 2P_{1/2}$ conocidas como transiciones D_2 y D_1 respectivamente [23] (ver figura 3.3). La D_2 se utiliza en el desacelerador Zeeman, en la trampa magneto-óptica y en la melaza óptica, mientras que la transición D_1 se utiliza posteriormente para la etapa de enfriamiento sub-Doppler. Estas etapas de enfriamiento se explican a continuación.

Cuando comenzamos a considerar la estructura real de los átomos, en donde se puede considerar que tienen al menos dos estados base, como se muestra en la Figura 3.3,

existe un mecanismo en el cuál los átomos en el estado excitado decaen al segundo estado base, en donde la luz deja de estar en resonancia con la transición escogida, por lo tanto, ese átomo dejará de formar parte del ciclo de absorción y emisión, y por lo tanto no se podrá seguir siendo enfriado. Para enfrentar este problema, se utiliza otra frecuencia que regrese a los átomos al ciclo. Por esta razón a estas frecuencias se les llama frecuencias de enfriamiento y rebombeo (figura 3.3).



Figura 3.3: Niveles del ⁶Li mostrando las transiciones usadas en el experimento para los procesos de enfriamiento.

3.2.1. Desacelerador Zeeman

En la primer etapa de enfriamiento se utiliza el desacelerador Zeeman, ver figura 3.4. El haz de átomos que viene del horno es frenado con el haz de Zeeman que tiene una desintonía de $\delta_z = -76\Gamma$ donde el ancho natural de las líneas es $\Gamma = 2\pi \times 5,87$ MHz. El campo magnético a lo largo del tubo está dado por

$$B(z) = \frac{\hbar}{\mu_B} \left(\delta_z + k \sqrt{\nu_0^2 - \hbar k \Gamma z / m} \right)$$
(3.5)

con k el vector de onda del haz desacelerador y μ_B el magnetón de Bohr. Este campo está diseñado para mantener los átomos resonantes al haz por medio del efecto Zeeman [11]. En esta sección los átomos son desacelerados de velocidades de ≈960 m/s hasta velocidades de ≈60 m/s.



Figura 3.4: Esquema de las bobinas del desacelerador Zeeman.

3.2.2. Trampa magneto-óptica

Como se vio en el capítulo 2, se puede generar una fuerza dependiente de la velocidad de los átomos con haces contrapropagantes (ecuación 2.5), sin embargo esta fuerza no es dependiente de la posición y eventualmente los átomos pueden escapar. Para confinar espacialmente a los átomos, se utiliza un campo magnético cuadrupolar [11].

Para entender la trampa magneto-óptica considérese el caso en 1D con dos haces contrapropagantes con desintonía al rojo de la resonancia atómica y un átomo de dos niveles en la transición $J = 0 \rightarrow J = 1$. Estos haces tienen polarización circular opuesta y considérese también un campo magnético que varía linealmente de la forma $\vec{B}(0,0,z) = b\vec{z}$. El momento magnético de los átomos se acopla al campo magnético y aparece el efecto Zeeman. El desdoblamiento de las líneas se puede escribir como

$$\Delta E = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -m_j g_j \mu_B B(z) \tag{3.6}$$

donde m_j es la proyección del momento angular total del electrón y g_j los factores de Landé [24]. Esta situación se representa en la figura 3.5.



Figura 3.5: Arreglo de una trampa magneto-óptica en 1D. La línea horizontal discontinua representa la frecuencia del láser vista por un átomo en reposo en el centro de la trampa. Por el corrimiento Zeeman de las frecuencias de las transiciones atómicas en el campo magnético inhomogéneo, los átomos en z > 0 se encuentran más cerca de resonancia con el láser σ_- y son llevados al centro de la trampa.

Por reglas de selección sobre el número cuántico *m* el haz con polarización σ_+ acopla el estado base al estado excitado m = +1 mientras que el haz con polarización σ_- induce transiciones al estado m = -1 [11]. En una posición con z > 0 en la figura 3.5, el campo magnético coloca la transición $\Delta m = -1$ más cerca de resonancia mientras que $\Delta m = +1$ se encuentra mas lejos de resonancia. Si la polarización del haz del lado derecho se escoge como σ_- y σ_+ para el haz del lado izquierdo, entonces más luz será dispersada por el haz σ_- llevando a los átomos al centro de la trampa. En el otro lado de la trampa con z < 0 los roles de los estados $m = \pm 1$ se invierten y con los mismos argumentos nuevamente son llevados al centro de la trampa.

De la ecuación (3.6) se tiene que la separación entre dos niveles atómicos es $\Delta E_{j \rightarrow j'} = -(m_{j'}g_{j'} - m_jg_j)\mu_B B(z)$ y se puede escribir la nueva desintonía que introduce el corrimiento Zeeman como

$$\delta_z = -\frac{1}{\hbar} (m_{j'} g_{j'} - m_j g_j) \mu_B B(z) = -\frac{\Delta \mu B(z)}{\hbar}$$
(3.7)

que se debe considerar al momento de calcular la fuerza de presión de radiación. La fuerza (2.4) ahora es

$$\vec{F}_{total} = \frac{\hbar \vec{k} \Gamma s_0}{2} \left(\frac{1}{1 + s_0 + (2\delta_+/\Gamma)^2} - \frac{1}{1 + s_0 + (2\delta_-/\Gamma)^2} \right)$$
(3.8)

La desintonía δ_{\pm} incluye la desintonía del haz, el corrimiento Doppler y ahora también el corrimiento Zeeman

$$\delta_{\pm} = \delta_0 \pm \left(\vec{k} \cdot \vec{v} + \frac{\Delta \mu b z}{\hbar} \right) \tag{3.9}$$

Reescribiendo la fuerza total como

$$\vec{F}_{total} = \frac{\hbar \vec{k} s_0}{2} \left(\frac{16\delta_0 \left(k\nu + \frac{\Delta\mu bz}{\hbar} \right) / \Gamma}{\left(1 + s_0 \right)^2 + \frac{8}{\Gamma^2} \left(1 + s_0 \right) \left(\delta_0^2 - \left(k + \frac{\Delta\mu bz}{\hbar} \right)^2 \right) + \frac{16}{\Gamma^4} \left(\delta_0^2 + \left(k\nu + \frac{\Delta\mu bz}{\hbar} \right)^2 \right)^2} \right)$$
(3.10)

y considerando la aproximación para velocidades atómicas pequeñas y cerca del centro de la trampa, es decir $|kv| \ll \Gamma y | \frac{\Delta \mu bz}{\hbar} | \ll \Gamma$, se puede aproximar la fuerza (3.10) como

$$\vec{F}_{total} \approx 4\hbar k s_0 \left(\frac{2\delta_0/\Gamma}{(1+s_0)^2 + 8(1+s_0)(\delta_0/\Gamma)^2 + 16(\delta_0/\Gamma)^4} \right) \left(k \vec{\nu} + \frac{\Delta \mu b}{\hbar} \vec{z} \right)$$
(3.11)

es decir, se puede escribir la fuerza como $\vec{F}_{total} = -\alpha \vec{v} - \beta \vec{z} \cos \alpha$ dada por (2.5) y $\beta = \frac{\Delta \mu b}{\hbar k} \alpha$. Esta fuerza cuenta con el término responsable de enfriar dependiente de la velocidad pero también está otro término dependiente de la posición que se encarga de confinar los átomos al centro de la trampa.

3.2.3. Melazas D2 y D1

Para saber que tan cerca se encuentra el gas de la degeneración, se utiliza la densidad de espacio fase

$$n\lambda_{dB}^3 = n \left(\frac{h^2}{2\pi m k_B T}\right)^{3/2} \tag{3.12}$$

con λ_{dB} la longitud de onda térmica de de Broglie. Si la densidad de espacio fase es del orden de 1, es decir, que la longitud de onda de de Broglie es del orden de la separación interatómica, entonces el sistema llega a la degeneración cuántica. Al finalizar el proceso de la trampa magneto-óptica la densidad de espacio fase es del orden de 4,7 × 10⁻⁸, muy lejos de la degeneración. Por esto (y para cargas más eficientemente a los átomos a la ODT) se utilizan los procesos de enfriamiento conocidos como melazas D_2 y D_1 . Aquí se mencionan solo los resultados principales, se pueden encontrar detalles en [19, 25, 18, 26].

Para la melaza D_2 al terminar de cargar átomos en la trampa magneto-óptica, se apaga abruptamente el campo magnético, se disminuye la intensidad de los haces y se lleva la frecuencia cerca de la resonancia $\delta = -\Gamma/2$. esto disminuye el calentamiento por dispersión y como resultado se logra bajar la temperatura manteniendo el número de átomos casi constante. El gas pasa de una temperatura¹ de T = 7mK a $T = 500\mu K$ con $N = 6 \times 10^8$ átomos.

La melaza D_1 es un proceso de dos fotones en configuración Λ donde como su nombre lo indica se utiliza la transición D_1 para generar dos estados coherentes, uno que interactúa con la luz y otro que no, llamados estado brillante y oscuro respectivamente. La probabilidad de que un átomo pase del estado oscuro al brillante depende del cuadrado del momento de los átomos, por lo tanto los átomos más lentos se acumulan en el estado oscuro protegiéndose del calentamiento por la luz, a esto se le conoce como VSCPT (velocity selective coherent population trapping) [27]. por otro lado los haces contrapropagantes generan un gradiente de polarización que produce un enfriamiento tipo Sísifo entre ambos estados que disminuye el momento de los átomos [11]. De este modo mientras el efecto Sísifo disminuye el momento de los átomos, el proceso VSCPT acumula los átomos más lentos en el estado oscuro. Esto disminuye considerablemente la temperatura del gas. Al final de esta etapa se consiguen alrededor de 4,5 × 10⁸ átomos a una temperatura de 40 μ K y una densidad de espacio fase de 6,6 × 10⁻⁶. Esto es un buen punto de partida para la siguiente etapa de enfriamiento.

3.3. Enfriamiento evaporativo

Una vez finalizada la etapa de las melazas, los átomos son transferidos a una trampa óptica dipolar (ver sección 2.1.2) utilizando un láser infrarrojo con longitud de onda $\lambda = 1070$ nm. El haz se colima a un diámetro D = 5,5 mm y se focaliza en los átomos con una lente de distancia focal f = 40 cm. La cintura en el foco es $w_0 = 2\lambda f/\pi D \approx 50$ μm y le corresponde una distancia de Rayleigh de $z_R = \pi w_0^2/\lambda \approx 7,3$ mm. Siguiendo la ecuación (2.14) Las frecuencias de la trampa en las direcciones radial y axial están dadas por

$$\omega_{r-ODT} = \sqrt{\frac{4U_0}{mw_0^2}} \quad and \quad \omega_{z-ODT} = \sqrt{\frac{2U_0}{mz_R^2}}$$
(3.13)

con U_0 dada por (2.8). Esta trampa crea un confinamiento fuerte en la dirección radial pero muy débil en la dirección axial y esto crearía una muestra muy estirada con una relación de 1:160. Esto se arregla creando un potencial con las bobinas de Feshbach. Como resultado las frecuencias de la trampa híbrida son

$$\omega_{r-total} = \sqrt{\omega_{r-ODT}^2 - \omega_{r-mag}^2} \quad and \quad \omega_{z-total} = \sqrt{\omega_{z-ODT}^2 + \omega_{z-mag}^2} \tag{3.14}$$

¹La temperatura es obtenida utilizando la técnica de *tiempo de vuelo* [19].

Con esta trampa la relación es de 1:15.

Posteriormente comienza el proceso de enfriamiento evaporativo donde los átomos más energéticos son removidos de la trampa. Esto se logra disminuyendo la potencia de la trampa óptica dipolar. Para que haya una mayor eficiencia, los átomos se llevan al régimen unitario, que es el de mayor interacción (ver capítulo 1) y las disminuciones de potencia se hacen suficientemente lento para que haya retermalización, de esta forma se maximiza la densidad y se disminuye la temperatura [18].

Al final del proceso evaporativo se obtiene un superfluido con $N = 5 \times 10^4$ pares de átomos a una temperatura de T = 20 nK y una densidad de espacio fase del orden de $PSD \approx 10$. Para un gas de bosones en un potencial armónico la temperatura crítica donde una fracción macroscópica del sistema ocupa el estado de mínima energía está dada por [28]

$$T_c = \frac{\hbar\bar{\omega}}{k_B} \left(\frac{N}{\zeta(3)}\right)^{1/3} \tag{3.15}$$

donde $\bar{\omega}$ es la media geométrica de las frecuencias del potencial armónico, $\zeta(\alpha)$ es la función zeta de Riemann y k_B la constante de Boltzmann. En la figura 3.6 se aprecian las imágenes de absorción de la muestra atómica, mostrando la aparición de la condensación de Bose-Einstein cuando $T < T_c$.



Figura 3.6: Imágenes de absorción de la muestra atómica (lado derecho) y su correspondiente perfil de densidad integrada. Paneles superiores: gas térmico por encima de la temperatura crítica T_C . paneles de en medio: gas justo por debajo de T_C . Paneles inferiores: condensado molecular de Bose-Einstein por debajo de T_C .

Capítulo 4

Propiedades del DMD y el Objetivo de Microscopio

En este capítulo se presenta al dispositivo digital de micro-espejos (DMD) y el objetivo de microscopio. Primero en la sección 4.2 se mencionan las características del DMD, tanto ópticas como mecánicas, así como las ventajas que proporciona para la formación de potenciales ópticos. Más adelante en el capítulo, se explica qué es la condición de máxima eficiencia en la difracción, que se presenta por la naturaleza de rejillas del DMD. Después se detalla la configuración en la cual la máxima potencia de un haz que incide en el DMD es concentrada en el orden de difracción deseado. En la sección 4.3 se presenta el diseño del objetivo de microscopio y se muestran sus características, así como los resultados de simulaciones realizadas para obtener la resolución y aberraciones presentes para las longitudes de onda utilizadas en el experimento $\lambda = 670 \ nm$ y $\lambda = 532 \ nm$.

4.1. El Dispositivo Digital de Micro-espejos

El dispositivo digital de micro-espejos o DMD por sus siglas en inglés, es un modulador espacial de luz capaz de controlar la amplitud de un haz láser incidente. El DMD utilizado es el modelo V-7001 VIS de la marca Vialux. El dispositivo está formado por un arreglo de 1024x768 micro-espejos. Los espejos son cuadrados, miden 13,68 μ *m* de lado y pueden inclinarse ±12° sobre la diagonal. Cada espejo cuenta con dos estados, ON (+12°) y OFF (-12°) que pueden controlarse a través de una computadora, por lo tanto se pueden ordenar los espejos en patrones binarios para reproducir una imagen en blanco y negro. La frecuencia máxima de operación del DMD es de 22727 Hz y se pueden almacenar hasta 43690 patrones binarios a la vez. En la figura 4.1 se muestra el DMD montado con una inclinación de 45° para que los rayos sean reflejados sobre el eje horizontal facilitando así el arreglo óptico.



Figura 4.1: Fotografía del Dispositivo digital de micro-espejos montado a 45° para tener reflexión de los rayos sobre el eje horizontal.

4.2. Propiedades ópticas del DMD

La luz que incide sobre el DMD es reflejada en 2 direcciones +12° y –12° dependiendo del estado en el que se encuentren los espejos, pero para entender el comportamiento óptico completo hay que tener en cuenta que el dispositivo está compuesto por un arreglo bidimensional que actúa como una rejilla 2D de difracción ya que las dimensiones del arreglo de micro-espejos son comparables con la longitud de onda incidente que en este caso, para el litio se utiliza $\lambda = 532 nm$. Entonces la luz que incide en el DMD no solo es reflejada en alguna de las dos direcciones de los estados de inclinación de los espejos sino en varios órdenes de difracción. Es un inconveniente que la intensidad del haz se distribuya en varios órdenes de difracción ya que solo se utiliza uno. Se puede maximizar la potencia de un orden de difracción de la luz reflejada encontrando la llamada condición de máxima eficiencia en la difracción, que se presenta en la siguiente sección.

4.2.1. Condición de máxima eficiencia

En la red de difracción la luz láser que es reflejada por un elemento de la rejilla interfiere con la luz reflejada por los elementos circundantes. La interferencia puede ser destructiva en algunas direcciones y constructiva en otras. Como resultado la luz se refleja solo en ciertas direcciones particulares llamadas órdenes de difracción. Al analizar el problema de la red de difracción se encuentra la ecuación de rejilla [29]

$$m\lambda = d\left(\sin\theta_i + \sin\theta_m\right) \tag{4.1}$$

donde *m* es el orden de difracción, λ la longitud de onda, *d* el tamaño de las rejillas que en este caso es 13,68 μ *m*, el ángulo de incidencia es θ_i y θ_m es el ángulo de reflexión para el orden de difracción *m*. Ambos ángulos son tomados desde la normal a la superficie del DMD. Por otro lado los ángulos ϕ_i y ϕ_r son tomados respecto la normal de la superficie de los espejos en estado ON. Ver figura 4.2.



Figura 4.2: Esquema de la nomenclatura de los ángulos. Los ángulos θ se miden a partir de la normal de la superficie del DMD (espejos en reposo). Los ángulos ϕ se miden a partir de la normal de la superficie de los espejos (estado ON). Están relacionados por $\theta = \phi - 12^{\circ}$.

La condición de máxima eficiencia en la difracción se da cuando el ángulo $\theta_m = \theta_r$ donde $\theta_r = \phi_r - 12^\circ$ es la dirección de reflexión de un solo espejo. Insertando este requerimiento en la ecuación de la rejilla se tiene la condición de máxima eficiencia [29]

$$f(\theta_i) = \arcsin\left(\frac{m\lambda}{d} - \sin\theta_i\right) + \theta_i + 24^\circ = 0$$
(4.2)

En la figura 4.3 se grafica $f(\theta_i)$ para varios órdenes de difracción *m* para todos los posibles valores del ángulo de incidencia θ_i con las condiciones $d = 13,68 \ \mu m$ y $\lambda = 532 \ nm$. La condición de máxima eficiencia se alcanza cuando $f(\theta_i) = 0$ y se cumple para los órdenes de -5 a -9 para varios ángulos de incidencia. Esto se puede representar con la intersección de las gráficas con la linea puntuada $f(\theta_i) = 0$.



Figura 4.3: Máxima eficiencia $f(\theta_i)$ calculada para varios órdenes de difracción *m* utilizando $d = 13,68 \ \mu m \text{ y} \ \lambda = 532 \ nm$. La linea puntuada representa $f(\theta_i) = 0$ (ver texto).

De todas las configuraciones posibles, las que tengan menor θ_i son preferibles para garantizar una buena iluminación del DMD y prevenir imágenes distorsionadas. En este caso el menor ángulo de incidencia que satisface la condición de eficiencia es $\theta_i = 14^\circ$ para m = -9. Es posible utilizar un ángulo de incidencia menor trabajando no exactamente en la condición de máxima eficiencia. En particular si se utiliza $\theta_i = -12^\circ$ se tiene la ventaja de que el haz difractado es colineal con el haz incidente, facilitando el arreglo óptico del DMD. Esto se puede ver a partir de la relación $\theta_r = \phi_r - 12^\circ =$ $-\phi_i - 12^\circ = -\theta_i - 24^\circ$. Entonces si $\theta_i = -12^\circ$ se tiene que $\theta_r = -12^\circ = \theta_i$. Para este ángulo de incidencia θ_i no se tiene exactamente una condición de máxima eficiencia pero para m = -10 casi se satisface ya que $f(m = -10, \theta = -12^\circ) = -0,006$ lo que garantiza una buena iluminación.

4.3. Objetivo de alta resolución

Un objetivo de alta resolución con una gran distancia de trabajo es cada vez más utilizado en experimentos de física de átomos fríos. La distancia de trabajo grande es necesaria para obtener imágenes desde fuera de la cámara de ciencia. El problema principal de estos objetivos son las aberraciones producidas por la ventana de la cámara de vacío así como el gran tamaño de las lentes necesario para dejar pasar haces de las trampas magneto-ópticas de alrededor de 25 mm. Se han logrado objetivos de microscopio capaces de enfrentar estos problemas [30, 31], pero la mayoría de ellos utilizan lentes fabricadas a medida que suelen ser caras y difíciles de conseguir.

En esta sección se presenta el objetivo que diseñé y desarrollé basado en [30, 31, 32, 33] consta de 5 lentes comerciales de bajo costo de la empresa Thorlabs, logra una gran distancia de trabajo adecuada para nuestro experimento como se muestra en la siguiente sección, disminuye las aberraciones debidas a la ventana de la cámara de ciencia y alcanza una excelente resolución de $\approx 1,3\mu m$. Describimos también el diseño y montaje del objetivo, así como las propiedades ópticas y características que se pueden obtener utilizando el software de trazado de rayos Zemax OpticStudio cuya versión para estudiantes es gratuita [34].

4.3.1. Diseño del objetivo

Necesitamos un objetivo de microscopio que cumpla nuestras necesidades y restricciones, es decir, una gran resolución y al mismo tiempo una distancia de trabajo de alrededor de 30 mm que cubre la distancia de la ventana exterior de la cámara de ciencia a la nube atómica para la obtención de imágenes in-situ (ver figura 3.2). El objetivo también debe tener un gran diámetro para que el haz de la trampa magneto-óptica con un diámetro de 25 mm sea retroreflejado en el espejo de la montura motorizada (figura 3.2).

La idea para el diseño es que para una mayor eficiencia en la recolección de luz y mejor resolución, se debe incrementar la apertura numérica (NA) del objetivo, sin embargo esto introduce grandes aberraciones. Para compensar las aberraciones se utilizan 2 lentes de menisco (modelo LE1076 con f = 100 mm y LE1015 con f = 200 mm). A partir de estas lentes, utilizando el software de trazado de rayos Zemax, se colocan otras 3 lentes, una plano-convexa (modelo LA1725 con f = 400 mm), una bi-convexa (modelo LB1106 con f = 125 mm) y una plano-cóncava (modelo LC1611 con f = -150 mm) y se optimiza la distancia entre las lentes. Las lentes están separadas mediante espaciadores que fueron diseñados y fabricados con una impresora 3d y aunque el arreglo total consta de 5 lentes, solo se utilizan 3 espaciadores por lo que el montaje es sencillo. El resultado es el objetivo de la figura 4.4. Las superficies utilizadas con detalle de izquierda



a derecha se encuentran en la tabla 4.1. Las lentes están colocadas dentro de un tubo modelo SM2L20 de Thorlabs.

Figura 4.4: Esquema de la sección transversal del objetivo. Las cinco lentes son de Thorlabs, los elementos de izquierda a derecha son LC1611, LB1106, LA1725, LE1015 y LE1076, respectivamente. la distancia de trabajo es de 35.8 mm. El objetivo es optimizado para disminuir las aberraciones al pasar por la ventana de la cámara de ciencia de sílice de 6.4 mm de grosor.

Superficie	Curvatura (mm)	Ancho (mm)	Material		
1	infinito	4	N-BK7		
2	77.2	1.75	AIRE		
3	127.4	8.1	N-BK7		
4	-127.4	0.8	AIRE		
5	206	4.6	N-BK7		
6	infinito	0.4	AIRE		
7	65.2	6.2	N-BK7		
8	171.6	0.7	AIRE		
9	30.3	9.7	N-BK7		
10	65.8	32.3	AIRE		
11	infinito	6.4	SÍLICE		
12	infinito	13.5	VACÍO		

Cuadro 4.1: Superficies del objetivo de microscopio.

Como un primer acercamiento a la resolución del objetivo, se utilizó una tarjeta de prueba de resolución USAF 1951 modelo R1DS1P de la marca Thorlabs. las tarjetas de

prueba de resolución se utilizan normalmente para medir la resolución de un sistema de imagen. Consisten en patrones de líneas de referencia con espesores y espacios bien definidos y están diseñados para colocarse en el mismo plano que el objeto que se está fotografiando. Al identificar el conjunto más grande de líneas no distinguibles, se determina el poder de resolución de un sistema dado. Se colocó como se ve en el arreglo de la figura 4.5. Se montó al objetivo en un trasladador para encontrar la distancia focal óptima, al igual que la cámara CCD. A pesar de que la coherencia de la luz incidente degrada la calidad de la imagen por los patrones de interferencia, los elementos más pequeños del grupo 7 que miden 2,19 μ m son resueltos con el objetivo (figura 4.6). Además con esta prueba se determinó una magnificación del objetivo de m = 15 junto con su lente de tubo con distancia focal $f = 1000 \ mm$ para formar la imagen.



Figura 4.5: Arreglo óptico para la tarjeta de prueba de resolución USAF. Se determinó una magnificación de m = 15 y se resolvieron los elementos más pequeños del USAF con tamaño de 2,19 μm



Figura 4.6: Lado izquierdo: tarjeta de resolución USAF R1DS1P con los grupos +2 hasta +7. Lado derecho: imagen obtenida con el objetivo de la tarjeta de resolución haciendo énfasis a los grupos mas pequeños. El sistema de imagen es capaz de resolver los elementos del grupo 7 de tamaño $2,19\mu m$ gracias al objetivo de microscopio.

Por otra parte los resultados simulados que se obtuvieron se encuentran en las figuras 4.7 para la longitud de onda de λ = 671 *nm* y 4.8 para el caso de λ = 532 *nm* y son medidos en plano de la imagen. Como se ve en el diagrama de punto de las figuras 4.7(a) y 4.8(a) todos los rayos geométricos caen dentro del disco de Airy con un radio de 1,19 μm para la longitud de onda de λ = 671 nm y un radio de 1,12 μm para el caso de $\lambda = 532 nm$. Esto indica que el objetivo tiene una apertura numérica (NA) de 0.31 para una longitud de λ = 671 *nm* y 0.25 para λ = 532 *nm*. También se grafican las aberraciones sagital (sobre el eje x en el plano de imagen) y tangencial (sobre el eje y en el plano de imagen) para rayos que inciden de manera completamente perpendicular a las lentes del objetivo en las figuras 4.7(b) y 4.8(b) y para rayos con una inclinación de 100 μm respecto al eje del objetivo en las figuras 4.7(c) y 4.8(c). Para $\lambda = 671 \ nm$ todas las aberraciones fueron corregidas por debajo de 0,5 μm excepto la aberración de coma tangencial que es un poco mayor. Esto es un problema común en el caso de incidencia oblicua, aun así dentro del campo de visión (FOV) del objetivo se logra corregir la aberración por debajo de 1 μm (ver capítulo 5). Para $\lambda = 532 nm$ las aberraciones son menores a 0,3 μm y la aberración de coma tangencial es del orden de $2 \mu m$. Esto no representa un problema si se logra un buen alineamiento disminuyendo la incidencia oblicua.





Figura 4.7: Resultados simulados para $\lambda = 671 \ nm$. (a) diagrama de punto en el plano de imagen que muestra una resolución de 1,19 μm . (b) y (c) representan las aberraciones con incidencia sobre el eje del objetivo y con una incidencia con inclinación 100 μm fuera del eje respectivamente. p_x y p_y corresponden a la altura normalizada (respecto al tamaño de la lente) del rayo en la entrada del objetivo. E_x y E_y corresponden a la desviación de los rayos transversales sobre el plano de imagen. Todas las aberraciones fueron corregidas por debajo de 0,5 μm excepto la coma tangencial causada por incidencia oblicua.



Figura 4.8: Resultados simulados para $\lambda = 532 \ nm$. (a) diagrama de punto en el plano de imagen que muestra una resolución de 1,12 μm . (b) y (c) representan las aberraciones con incidencia sobre el eje del objetivo y con una incidencia con inclinación 100 μm fuera del eje respectivamente. p_x y p_y corresponden a la altura normalizada (respecto al tamaño de la lente) del rayo en la entrada del objetivo. E_x y E_y corresponden a la desviación de los rayos transversales sobre el plano de imagen. Todas las aberraciones fueron corregidas por debajo de 0,3 μm excepto la coma tangencial causada por incidencia oblicua.

Una vez obtenida la distancia de trabajo del objetivo (ver figura 4.4), el montaje sobre el experimento es relativamente sencillo. La figura 4.4 muestra el camino de la luz enfocada sobre la nube atómica, que puede representar la luz que proviene del DMD, así como el camino de la sombra de la nube que se dirige al sistema de imagen como se explica en la imagen 3.2. Por otra parte el haz del brazo de la trampa magneto-óptica necesita ser reflejado. Los resultados simulados para un haz que viene colimado en dirección contraria a la mostrada en la figura 4.4 muestran que el haz de la trampa magneto-óptica enfoca en la parte posterior del objetivo a 38.3 mm como se muestra en la imagen 4.9.



Figura 4.9: Camino del haz de MOT que es retroreflejado utilizando un espejo colocado sobre una montura traslacional motorizada a 38.3 mm de la parte posterior del objetivo. El espejo se coloca al momento de hacer MOT y se retira en las etapas posteriores. El objetivo se muestra en dirección opuesta a la figura 4.4 incluyendo la superficie que representa la ventana de la cámara de ciencia.

Es necesario colocar un espejo en el punto donde enfoca el brazo de la MOT para que continúe su camino reflejado (ver sección 3.2). como se menciona en el capítulo 3 para que el espejo no interfiera con el camino de los haces de imagen y del DMD, se colocó el espejo sobre una montura traslacional motorizada (Thorlabs modelo DDS050/M) capaz de moverse hasta 50 mm a una velocidad de 500 mm/s. Esta velocidad es suficiente para que el espejo se coloque en la etapa de la trampa magneto-óptica y se retire para utilizar el DMD y el sistema de imagen.

Capítulo 5

Potenciales ópticos con el objetivo y el DMD

En este capítulo Se caracteriza el sistema de imagen mediante la obtención de la función de esparcimiento de punto y se realizan pruebas experimentales de la eficiencia del objetivo. En la sección 5.1 y 5.2 se investiga cómo utilizar la función de esparcimiento de punto para cuantificar la resolución espacial del sistema óptico y se muestra el arreglo experimental realizado. Posteriormente en la sección 5.3 se ejemplifica el uso del objetivo de microscopio y el DMD teniendo la capacidad de resolver imágenes del orden micrométrico para la visualización del efecto Josephson y vórtices cuantizados.

5.1. Función de esparcimiento de punto

El sistema de imagen puede ser caracterizado mediante la medición de la función de esparcimiento de punto o psf por sus siglas en inglés, que da información acerca de la resolución y las posibles aberraciones que afecten al sistema. El proceso de formación de imagen puede describirse considerando la relación entre la amplitud del campo de un objeto iluminado U_0 y el de su imagen U_i creada por el sistema a una distancia z_i de este. En particular, la imagen U_i se puede obtener como la convolución entre la función de esparcimiento de punto h y la predicción de la imagen mediante óptica geométrica $U_g(x, y) = U_0(\frac{x}{M}, \frac{y}{M})/M$ donde M es la magnificación del sistema de imagen [35]

$$U_i(x, y) = h(x, y) * U_g(x, y)$$
(5.1)

Por lo tanto la función de esparcimiento de punto actúa como la función de transferencia del sistema de imagen que contiene la información sobre este. También vemos que al considerar un objeto como fuente puntual, se puede aproximar U_g como una delta de Dirac, entonces de la ecuación (5.1) la psf es la amplitud del campo eléctrico en la imagen producido por una fuente puntual. Para un sistema óptico sin considerar aberraciones la psf está dada por el perfil de Airy

$$h(x, y) = \frac{A}{\lambda z_i} \frac{J_1(u)}{u}$$
(5.2)

Con *A* una constante de amplitud, λ la longitud de onda de la luz que ilumina el objeto, J_1 la función de Bessel de primera especie de orden 1 y $u = \frac{2\pi\omega r}{\lambda z_i}$ con ω el radio de la apertura más limitante del sistema. La psf se puede utilizar para cuantificar la resolución espacial del sistema óptico que se define como la distancia mínima entre dos objetos puntuales que aun aparecen separados en el plano de imagen. Un criterio comúnmente usado para determinar la resolución es el criterio de Rayleigh el cual dice que dos fuentes puntuales están resueltas si el máximo de la psf de la primera coincide con el primer mínimo de la psf de la segunda. Con este criterio la resolución espacial es cuantificada como el radio de Airy de la psf que se puede expresar en términos de las propiedades del sistema de imagen como [36]

$$R_A = 0.61 \frac{\lambda}{NA} \tag{5.3}$$

donde NA es la apertura numérica del sistema y como se mencionó en la sección 4.3 tiene un valor de 0.31 para este objetivo de microscopio con longitud de $\lambda = 671 nm$. Esta definición se basa en la descripción de la psf en términos del perfil de Airy que presentan al menos un cero en la función pero en presencia de aberraciones esta suposición puede fallar haciendo imposible la obtención de la resolución con este método, la psf se distorsiona y se aleja del perfil de Airy por lo que para obtener la resolución del sistema es conveniente utilizar la llamada FWHM (el ancho total a la mitad del máximo de la PSF). Con esta definición la resolución está dada en en términos de las propiedades del sistema de imagen por

$$FWHM = 0.51 \frac{\lambda}{NA} \tag{5.4}$$

5.2. Medición de la psf

Para caracterizar completamente el sistema de imagen, se debe medir su psf. Para eso se hizo el arreglo de la figura 5.1. Como se mencionó, de la ecuación (5.2) se puede apreciar que cuando el objeto es una fuente puntual, entonces la predicción de su imagen geométrica U_g es una función delta de Dirac y por lo tanto la imagen U_i coincide con la función de esparcimiento de punto.

Una manera de caracterizar al sistema es entonces, utilizar un objeto con dimensiones por debajo de la resolución que en efecto actúe como una fuente puntual y permita la medición directa de la psf en el plano de imagen y con esto obtener la resolución. Se realizaron 2 objetivos idénticos, el primero de ellos con la lente de tubo de f = 1000 mm forma una demagnificación de M = 15 y el segundo con una lente de f = 750 mm que realiza una magnificación de M = 13,6. Para simular las condiciones reales del experimento, se colocó una ventana del mismo material que las ventanas de la cámara de ciencia entre el segundo objetivo y el plano atómico. Si se enciende un espejo individual en el dispositivo digital de micro-espejos y se ilumina, al pasar por el primer objetivo se demagnificará a un tamaño de alrededor de 840 nm por lo que un espejo actúa como fuente puntual para el segundo objetivo del sistema de imagen y es posible observar y medir la psf directamente en el CCD. Por lo tanto es posible utilizar un solo espejo para medir la psf real del sistema óptico y comparar la resolución con los resultados obtenidos de las simulaciones, haciendo un ajuste Gaussiano de la psf se obtiene la resolución mediante la relación [37]

$$FWHM = 2\sqrt{2ln(2)} \ \sigma \approx 2,355 \ \sigma \tag{5.5}$$



Figura 5.1: Arreglo óptico para la medición experimental de la función de esparcimiento de punto. El dispositivo digital de micro-espejos se ilumina con luz de $\lambda = 671 nm$ o con $\lambda = 532 nm$ y encuentra colocado en la posición según las condiciones de la sección 4.2. El cubo polarizador (PBS) manda el patrón del DMD a las lentes en configuración 2f. Una apertura en el plano de Fourier elimina las altas frecuencias de las imágenes del DMD. El primer objetivo produce una demagnificación de 15 mientras que el segundo que se encuentra en una montura traslacional produce una magnificación de 13.6 de esta manera, una gran parte de la pantalla del DMD cabe en el CCD. El CCD también se encuentra en una montura traslacional para encontrar la distancia a la que la imagen se muestra más nítida. Una ventana se coloca antes del segundo objetivo para simular la ventana de la cámara de ciencia. Se aprecia la inclinación de 12° del DMD siguiendo la condición de máxima eficiencia.

La dependencia de la función de esparcimiento de punto de la posición, es decir, como varía la psf mientras se aleja del centro del objetivo, puede explorarse cambiando la posición del espejo encendido en el DMD. De esta manera puede explorarse el campo de visión (FOV) del objetivo.

Para tener una mejor eficiencia en las mediciones, en lugar de encender un espejo a la vez en el DMD, creé un arreglo con varios espejos encendidos separados los suficiente como para observarlos claramente (figura 5.2). La imagen consiste en un arreglo de 15x15 espejos encendidos en el centro del DMD, separados por 14 espejos apagados en ambas direcciones.



Figura 5.2: Arreglo de 15x15 espejos en estado ON separados por 14 espejos en OFF al centro del DMD para medir la resolución y FOV del objetivo. El arreglo completo tiene un tamaño de 205 μm al pasar por el primer objetivo y llega con un tamaño de 2,8 mm al CCD.

Para encontrar la posición focal del objetivo, se debe poner atención a la región central de la cámara y mover la montura traslacional hasta encontrar el FWHM mínimo.

Una imagen típica del DMD con el arreglo de 15x15 espejos en ON, puede ser observada en el CCD como se puede ver en la figura 5.3 (a) mientras que en 5.3 (b) se hace un zoom sobre un solo punto y se aprecia la psf. A cada punto, se le hace un ajuste Gaussiano bidimensional.



Figura 5.3: Medición de la función de esparcimiento de punto. (a) imagen del arreglo de 15x15 espejos en ON visto en el CCD. Cada punto proporciona una medición directa de la psf. (b) es un zoom de (a) correspondiente a uno solo de los puntos. La resolución es del objetivo de microscopio es obtenida realizando un ajuste Gaussiano bidimensional de la psf. (c) Comparación de un corte horizontal de la parte central de (b) y su ajuste Gaussiano.

Para ver el campo de visión se debe ver la psf mientras se aleja radialmente del centro del objetivo hasta que la FWHM crezca considerablemente. La figura 5.4 muestra cómo cambia el FWHM en función de la distancia *r*. La resolución del objetivo se muestra constante en una región de alrededor de 110 μm obteniendo un FOV de ~ 220 μm .



Figura 5.4: Medición del FWHM para $\lambda = 671$ extraída del ajuste Gaussiano bidimensional de la función de esparcimiento de punto graficada en función de la distancia al centro de la imagen. Las barras de error denotan la desviación estándar del promedio.

Una vez que se coloca el objetivo de microscopio en el punto focal y se obtiene el campo de visión, se promedia sobre todos los FWHM que se encuentran dentro del FOV y se obtiene la resolución. Para la longitud de onda $\lambda = 671 nm$ la resolución obtenida es de 1,29 μ m. Por las restricciones asociadas a la pandemia de COVID-19, no se ha podido caracterizar el objetivo para $\lambda = 532 nm$ pero al ver los buenos resultados de $\lambda = 671 nm$ se espera tener un error parecido respecto a los resultados simulados, menor al 10% en la resolución.

La figura 5.5 es una imagen en el plano atómico para luz roja $\lambda = 670 \ nm$ donde se manda al DMD cuadrados de distintos tamaños y sirve para apreciar cómo para cuadros pequeños, la imagen es dominada por la función de esparcimiento de punto, mientras que para cuadrados de lado cada vez más grande, la imagen es prácticamente idéntica a la predicción geométrica.



Figura 5.5: Arriba: imagen mandada al DMD con cuadros de 1x1, 3x3, 6x6,9x9 y 12x12 píxeles (equivalentes a un espejo por píxel). Abajo: imagen del plano atómico. El cuadro más pequeño tiene un tamaño de 840 nm y es completamente dominado por la psf. Los demás cuadros miden $2,5\mu m, 5\mu m, 7,6\mu m$ y $10\mu m$ de lado respectivamente. Los cuadros de mayor tamaño son completamente resueltos por el objetivo y su imagen en el plano atómico se puede observar prácticamente idéntica al patrón proyectado sobre DMD.

5.3. Potenciales ópticos para experimentos con átomos ultrafríos

Teniendo la capacidad de resolver imágenes del orden micrométrico con el objetivo de microscopio y con el arreglo óptico diseñado con el DMD, en esta sección se presentan un par de ejemplos de potenciales ópticos para la observación directa del efecto Josephson y de vórtices cuantizados.

5.3.1. Junta Josephson

Como se menciona en la sección 2.2 la barrera debe ser lo suficientemente delgada para que las funciones de onda se superpongan y el transporte pueda ocurrir. Por otra

parte los bordes deben ser paredes gruesas de potencial repulsivo que restrinjan al sistema a una sección central de la nube. Para introducir una corriente a la junta atómica, la barrera delgada es trasladada en la dirección axial de la nube con una velocidad modificable. Las partículas que tunelean a través de la barrera en la dirección opuesta al movimiento dan lugar a una corriente efectiva en la unión.

Se creó una secuencia de imágenes en el DMD siguiendo el trabajo de [37] donde la barrera delgada de 6 micro-espejos de grosor se desplaza un espejo del DMD en cada secuencia. Los bordes del potencial son dos regiones rectangulares de 100 microespejos de grosor separados por 550 espejos (ver figura 5.6). Es necesario que exista una diferencia en las fases de los condensados como lo dicen las ecuaciones (2.20) y (2.21). Para acceder a la fase, se ilumina con un patrón de luz homogénea a la nube por un periodo corto de tiempo. Cuando la duración de la interacción entre la nube atómica y un potencial óptico U(r, t) es menor a \hbar/μ la evolución temporal de la función del condensado descrita por la ecuación de Gross-Pitaevskii en el límite débilmente interactuante se reduce a

$$\psi(r,t) = e^{-itU(r,t)/\hbar}\psi(r,0)$$
(5.6)

Por lo tanto la fase puede ser manipulada iluminando por un tiempo $\Delta t < \hbar/\mu$ con un patrón homogéneo produciendo un potencial $U(r, t) = U_0$. Para un BEC molecular $\hbar/\mu \approx 800\mu s$ por lo que es posible realizarlo con el DMD que es capaz enviar un pulso corto de iluminación de hasta aproximadamente $60\mu s$. Por lo tanto para producir la junta con la fase relativa, se crea el potencial y posteriormente se ilumina de manera homogénea un solo lado por un breve periodo de tiempo y se regresa el DMD al potencial de la junta para posteriormente trasladar la barrera delgada (comparable con el tamaño de la healing length, ver ecuación 2.22) y generar la corriente atómica.



Figura 5.6: Imagen del patrón enviado al DMD para la observación del efecto Josephson. La barrera delgada tiene un ancho de 6 espejos, los bordes tienen un grosor de 100 espejos y están separados por 550 espejos entre ellos.

Una de las razones principales para el estudio del efecto Josephson es que nos permite realizar una medición directa de la fracción condensada del superfluido fermiónico mediante la medición de la corriente crítica (ecuación 2.20) [38].

5.3.2. Vórtices cuantizados

Una manera típica de investigar la dinámica de los fluidos clásicos es el estudio del flujo cuando se presenta un obstáculo. De acuerdo al valor del número de Reynolds $Re = vD/\eta$ donde v es la velocidad del obstáculo y D su dimensión y η la viscosidad del fluido, se pueden obtener diferentes regímenes de flujo [39]. Para valores cada vez mayores de Re el flujo laminar creado por el obstáculo, se rompe creando vórtices con circulación alternada, a este fenómeno se le conoce como calle de vórtices de Von kármán. Finalmente para valores mayores de Re, se llega a un régimen turbulento donde la velocidad y la presión varían caóticamente. Una fenomenología similar se manifiesta en los superfluidos a pesar de que el número de Reynolds descrito anteriormente deja de tener sentido para fluidos sin viscosidad con $\eta = 0$. Como ya se discutió en la sección 2.3 mientras que la velocidad del obstáculo sea menor que el valor crítico v_c su flujo por el superfluido es sin fricción ya que no existen excitaciones. Para v $> v_c$, la disipación ocurre por medio de la formación de vórtices con circulación opuesta, llamados dipolos de vórtices como se ha observado en distintos experimentos [40, 41]. A pesar de que los vórtices por sí solos poseen momento angular, por conservación del momento, los dipolos de vórtices pueden ser considerados como estructuras que poseen momento lineal [42]. La emisión de vórtices ya sea en el régimen regular o caótico puede ser descrita redefiniendo el número de Reynolds para superfluidos [43]

$$Re_s = \frac{v - v_c}{\hbar/m} D \tag{5.7}$$

con D el diámetro del obstáculo. De manera similar a los fluidos clásicos, el obstáculo produce una calle de Von Kármán de dipolos de vórtices para velocidades intermedias y tiende a ser flujo turbulento a partir de valores de $Re_s \approx 0.7$ [44].



Figura 5.7: Ilustración del protocolo para la creación de vórtices. Se manda un obstáculo repulsivo con el DMD en la nube y se desplaza con una velocidad constante ajustable para inducir la creación de vórtices.

Una manera de crear los vórtices es mover un obstáculo generado con el DMD a través de la nube con velocidad constante como se ve en el lado izquierdo de la figura 5.7. La detección de vórtices in-situ es particularmente desafiante para nuestro sistema ya que el núcleo del vórtice para nuestro superfluido fermiónico es del orden de la resolución del objetivo de microscopio. Se espera lograr observar las caídas de densidad con el objetivo de microscopio utilizando la técnica de imagen de tiempo de vuelo.

Para mover el obstáculo a través de la nube atómica se hace un procedimiento parecido al del efecto Josephson. Se crea una secuencia de imágenes con el obstáculo a un píxel de separación respecto la imagen anterior como se ve en el lado derecho de la figura 5.7. En particular en otros experimentos [37] con litio se ha utilizado un obstáculo de $10\mu m$ en el plano atómico que en nuestro caso corresponde a utilizar un obstáculo con un diámetro de unos 12 micro-espejos.

Los vórtices son una medida de la disipación en un superfluido, por eso el interés en su estudio ya que está relacionado con la línea principal de estudio del laboratorio, la turbulencia cuántica.

Capítulo 6

Conclusiones y perspectivas

Conclusiones

Se diseñó, desarrolló y caracterizó un objetivo de microscopio de alta resolución con una gran distancia de trabajo de 35 mm, con magnificación x15, apertura numérica de 0.31, un campo de visión de 220 μm y una resolución de 1,3 μm para una longitud de 670 nm obteniendo un error menor al 10% respecto a los resultados simulados. El objetivo se hizo con 5 lentes comerciales de Thorlabs (modelos C1611, LB1106, LA1725, LE1015 y LE1076) de dos pulgadas, tiene un costo total menor a USD \$500 que es mucho menor a los objetivos personalizados con lentes fabricadas a medida, que pueden valer desde USD \$30,000.00 y hasta USD \$75,000.00 y cuenta con un montaje muy sencillo. La alta resolución de 1,3 μm y la gran distancia de trabajo, permite la obtención de imágenes in-situ de experimentos de física atómica y no solo se puede utilizar para trabajar con litio como en nuestro caso, sino que, variando la medida de los espaciadores (ver figura 4.4) es posible utilizarlo para distintas frecuencias de transiciones atómicas como se muestra en la tabla 6.1.

longitud de onda (nm)	Resolución (µm)	NA	FOV (<i>µm</i>)
589 (Na)	0.81	0.443	130
767 (K)	1.06	0.441	230
780 (Rb)	1.08	0.44	240
852 (Cs)	1.19	0.437	280

Cuadro 6.1: Resolución para distintas longitudes de onda del objetivo de microscopio que	se
obtienen optimizando la medida de los espaciadores.	

En resumen, nuestro objetivo brinda una solución conveniente, económica y de excelente rendimiento para la manipulación precisa y la detección eficiente de sistemas cuánticos.

Por otra parte, se diseñó un arreglo óptico donde se utilizó el objetivo y el dispositivo de micro-espejos. Se encontró que la mejor manera de utilizar el DMD es colocándolo a -12° donde se tiene la ventaja de que el haz difractado es colineal con el haz incidente, facilitando el arreglo cuando se implemente en el experimento principal. Finalmente se proponen dos potenciales para utilizar con el DMD, uno para la observación del efecto Josephson donde se describe la barrera que debe proyectarse sobre el DMD para generar una corriente atómica y así tener una medida de la fracción condensada. El otro potencial que se propone es un obstáculo de 12 micro-espejos de diámetro que se mueve con velocidad constante. Se crea una secuencia de imágenes con el obstáculo a un píxel de separación respecto la imagen anterior y se puede caracterizar la velocidad necesaria para la emisión de vórtices y para el régimen caótico dependiendo del número de Reynolds para superfluidos, esto se conecta directamente con la línea principal de estudio del laboratorio, la turbulencia cuántica.

Perspectivas y trabajo en desarrollo

Un último paso antes de poder utilizar el DMD en el experimento es la creación de un programa de retroalimentación como se sugiere en [37]. La necesidad de escribir un programa de retroalimentación para la imagen DMD parte del hecho de que el perfil de luz en el plano atómico nunca sería el mismo que en la imagen DMD. Esto se debe principalmente a dos razones: el perfil de intensidad no uniforme del haz de entrada y la presencia de defectos en el sistema de imagen. El perfil gaussiano del haz entrante afecta a la imagen creada por el DMD. Esto se debe a que el DMD actúa como una máscara de luz: cuando los espejos están encendidos, refleja la luz sin cambiar su perfil de intensidad. Por lo tanto, si se envía una imagen plana al DMD, la luz que sale del dispositivo mantendrá el perfil gaussiano de la porción reflejada del haz entrante. Por otro lado, los defectos en el sistema de imagen pueden crear imperfecciones en la imagen en el plano atómico, como una región oscura en el patrón de luz creado por partículas de polvo. Para poder utilizar un programa de retroalimentación es necesario colocar un CCD después de que el haz pase por el DMD y antes de llegar al plano atómico. la imagen creada por el sistema óptico en el CCD se adquiere y se compara con la imagen objetivo del patrón de luz que queremos reproducir. Se crea una matriz de error píxel por píxel, es decir, la diferencia entre las dos, se calcula y luego se suma a la imagen anterior, ponderada por un coeficiente proporcional. Esta nueva imagen se envía al DMD y el proceso se repite siempre que la diferencia entre las imágenes adquiridas y de destino no sea lo suficientemente baja. Para comparar la imagen adquirida y la de destino, se debe realizar una transformación a la primera. De hecho, la imagen en el plano CCD está inclinada en un ángulo de 45° debido a la inclinación del soporte DMD, y es más pequeña que la imagen objetivo debido a la demagnificación del sistema

óptico. Por lo tanto, antes del proceso de retroalimentación es necesario calibrar el DMD en el CCD mediante una transformación de la imagen adquirida. Finalmente un programa sencillo debe ser implementado si se desea tener un mayor control sobre los patrones enviados al DMD ya que el programa que tiene por defecto no acepta mas de 5 imágenes a la vez, así que para poder enviar los patrones que se mencionan en la sección 5.3 es necesario mejorar el programa, esto no representa un problema muy grande ya que existen programas de código abierto [45] que han atacado este problema.

El problema de distintas longitudes de onda

Una de las razones principales por las que los objetivos de microscopio personalizados son tan caros, es que son diseñados para enfocar distintas longitudes de onda en el mismo punto, es decir se corrige la aberración cromática para ciertas longitudes. En nuestro caso en las simulaciones de trazado de rayos se obtiene que la luz verde de 532 nm enfoca 0.4 mm antes que la luz roja de 671 nm, lo cual representa un problema importante pues deseamos usar el mismo objetivo para producir imágenes de la nube y crear potenciales ópticos en ella. Una manera de enfrentar este problema es utilizar distintas lentes de tubo como en la figura 6.1, una que va al sistema de imagen y la otra sobre una montura traslacional que viene del DMD. De esta manera es posible minimizar la aberración cromática producida por el objetivo.



Figura 6.1: Arreglo óptico para corregir el punto focal de las distintas longitudes de onda utilizadas en el experimento. Se utilizan dos lentes de tubo y un espejo dicroico para que el haz verde enfoque en la nube y el haz rojo que representa la sombra de los átomos vaya al resto del sistema de imagen.

Bibliografía

- [1] Yoshihisa Yamamoto and Yoshiro Takahashi. Bose-einstein condensation: A platform for quantum simulation experiments. In *Principles and Methods of Quantum Information Technologies*, pages 265–307. Springer, 2016.
- [2] C. J. Pethick and H. Smith. *Bose–Einstein Condensation in Dilute Gases*. Cambridge University Press, 2 edition, 2008.
- [3] Mike H Anderson, Jason R Ensher, Michael R Matthews, Carl E Wieman, and Eric A Cornell. Observation of bose-einstein condensation in a dilute atomic vapor. *science*, 269(5221):198–201, 1995.
- [4] Kendall B Davis, M-O Mewes, Michael R Andrews, Nicolaas J van Druten, Dallin S Durfee, DM Kurn, and Wolfgang Ketterle. Bose-einstein condensation in a gas of sodium atoms. *Physical review letters*, 75(22):3969, 1995.
- [5] CA Regal, Markus Greiner, and Deborah S Jin. Observation of resonance condensation of fermionic atom pairs. *Physical review letters*, 92(4):040403, 2004.
- [6] Cheng Chin, Rudolf Grimm, Paul Julienne, and Eite Tiesinga. Feshbach resonances in ultracold gases. *Reviews of Modern Physics*, 82(2):1225, 2010.
- [7] Huang Kerson and Kerson Huang. Statistical mechanics. John Wiley & Sons, 1963.
- [8] Immanuel Bloch, Jean Dalibard, and Wilhelm Zwerger. Many-body physics with ultracold gases. *Reviews of modern physics*, 80(3):885, 2008.
- [9] Rudolf Grimm, Matthias Weidemüller, and Yurii B Ovchinnikov. Optical dipole traps for neutral atoms. *Advances in atomic, molecular, and optical physics*, 42:95–170, 2000.
- [10] John Weiner, Ping-Tong Ho, and Kay C Dee. *Light-matter interaction: fundamentals and applications*, volume 1. Wiley Online Library, 2003.
- [11] Harold J. Metcalf and Peter van der Straten. *Laser Cooling and Trapping*. Springer, New York, 1999.

- [12] Brian David Josephson. Possible new effects in superconductive tunnelling. *Physics letters*, 1(7):251–253, 1962.
- [13] Michael Tinkham. Introduction to superconductivity. Courier Corporation, 2004.
- [14] WJ Kwon, G Del Pace, R Panza, M Inguscio, W Zwerger, M Zaccanti, F Scazza, and G Roati. Strongly correlated superfluid order parameters from dc josephson supercurrents. *Science*, 369(6499):84–88, 2020.
- [15] Giacomo Valtolina, Alessia Burchianti, Andrea Amico, Elettra Neri, Klejdja Xhani, Jorge Amin Seman, Andrea Trombettoni, Augusto Smerzi, Matteo Zaccanti, Massimo Inguscio, et al. Josephson effect in fermionic superfluids across the bec-bcs crossover. *Science*, 350(6267):1505–1508, 2015.
- [16] A Burchianti, F Scazza, A Amico, G Valtolina, JA Seman, C Fort, M Zaccanti, M Inguscio, and G Roati. Connecting dissipation and phase slips in a josephson junction between fermionic superfluids. *Physical review letters*, 120(2):025302, 2018.
- [17] Lev Landau. *Theory of superfluidity of Helium II*. Physical Review, vol. 60, no. 4, p. 356, 1941.
- [18] Diego Hernandez-Rajkov et al. Experimental setup for the production of ultracold strongly correlated fermionic superfluids of ⁶li. *Revista Mexicana de Física*, 66(4):388–403, 2020.
- [19] Diego Hernández-Rajkov. Enfriamiento doppler y sub-doppler de un gas atómico de 6li. *B.Sc. Thesis, UNAM*, 2018.
- [20] Eduardo Ibarra-García-Padilla. Diseño de los sistemas de ultra-alto vacío y de control para experimentos con gases cuánticos de litio. *B.Sc. Thesis, UNAM*, 2016.
- [21] James M Lafferty and Lawrence G Rubin. Foundations of vacuum science and technology. *Physics Today*, 52(3):86, 1999.
- [22] Diego Hernández-Rajkov. Non-destructive and high resolution imaging techniques for studying ultracold quantum gases. *Master Thesis, UNAM*, 2021.
- [23] Dipankar Das and Vasant Natarajan. Absolute frequency measurement of the lithium *d* lines: Precise determination of isotope shifts and fine-structure intervals. *Phys. Rev. A*, 75:052508, May 2007.
- [24] Christopher J Foot et al. *Atomic physics*, volume 7. Oxford University Press, 2005.
- [25] Andrew T. Grier, Igor Ferrier-Barbut, Benno S. Rem, Marion Delehaye, Lev Khaykovich, Frédéric Chevy, and Christophe Salomon. Λ-enhanced sub-doppler cooling of lithium atoms in D₁ gray molasses. *Phys. Rev. A*, 87:063411, Jun 2013.

- [26] A. Burchianti, G. Valtolina, J. A. Seman, E. Pace, M. De Pas, M. Inguscio, M. Zaccanti, and G. Roati. Efficient all-optical production of large ⁶Li quantum gases using D₁ gray-molasses cooling. *Phys. Rev. A*, 90:043408, Oct 2014.
- [27] A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, and C. Cohen-Tannoudji. Laser cooling below the one-photon recoil energy by velocity-selective coherent population trapping. *Phys. Rev. Lett.*, 61:826–829, Aug 1988.
- [28] Vanderlei Bagnato, David E Pritchard, and Daniel Kleppner. Bose-einstein condensation in an external potential. *Physical Review A*, 35(10):4354, 1987.
- [29] Max Born and Emil Wolf. Principle of optics, cambridge university press, 1999.
- [30] Bruno Zimmermann, Torben Mueller, Jakob Meineke, Tilman Esslinger, and Henning Moritz. High-resolution imaging of ultracold fermions in microscopically tailored optical potentials. *New Journal of Physics*, 13(4):043007, 2011.
- [31] Lisa Marie Bennie, Philip Thomas Starkey, Martijn Jasperse, Christopher James Billington, Russell Paul Anderson, and Lincoln David Turner. A versatile high resolution objective for imaging quantum gases. *Optics express*, 21(7):9011–9016, 2013.
- [32] Xiao Li, Feng Zhou, Min Ke, Peng Xu, Xiao-Dong He, Jin Wang, and Ming-Sheng Zhan. High-resolution ex vacuo objective for cold atom experiments. *Applied optics*, 57(26):7584–7590, 2018.
- [33] Shaokang Li, Gang Li, Pengfei Yang, Zhihui Wang, Pengfei Zhang, and Tiancai Zhang. Versatile objectives with na= 0.55 and na= 0.78 for cold-atom experiments. *Optics Express*, 28(24):36122–36130, 2020.
- [34] Zemax. OpticStudio. https://www.zemax.com/pages/opticstudio, accessed 23-01-2022.
- [35] Brian J Thompson. Modern approach to optics: Introduction to fourier optics. joseph w. goodman. mcgraw-hill. 1969.
- [36] Max Born and Emil Wolf. Principle of optics, cambridge university press, 1999.
- [37] Giulia Del Pace, Woo Jin Kwon, Francesco Scazza, Giacomo Roati, Massimo Inguscio, and Matteo Zaccanti. Tunneling transport of strongly interacting fermi gases across the superfluid transition. *Bulletin of the American Physical Society*, 66, 2021.
- [38] WJ Kwon, G Del Pace, R Panza, M Inguscio, W Zwerger, M Zaccanti, F Scazza, and G Roati. Strongly correlated superfluid order parameters from dc josephson supercurrents. *Science*, 369(6499):84–88, 2020.

- [39] Charles HK Williamson. Vortex dynamics in the cylinder wake. *Annual review of fluid mechanics*, 28(1):477–539, 1996.
- [40] S Inouye, S Gupta, T Rosenband, AP Chikkatur, A Görlitz, TL Gustavson, AE Leanhardt, DE Pritchard, and W Ketterle. Observation of vortex phase singularities in bose-einstein condensates. *Physical Review Letters*, 87(8):080402, 2001.
- [41] Jee Woo Park, Bumsuk Ko, and Yong-il Shin. Critical vortex shedding in a strongly interacting fermionic superfluid. *Physical Review Letters*, 121(22):225301, 2018.
- [42] Tyler W Neely, Edward Carlo Samson, Ashton S Bradley, Matthew J Davis, and Brian P Anderson. Observation of vortex dipoles in an oblate bose-einstein condensate. *Physical review letters*, 104(16):160401, 2010.
- [43] MT Reeves, TP Billam, Brian P Anderson, and AS Bradley. Identifying a superfluid reynolds number via dynamical similarity. *Physical review letters*, 114(15):155302, 2015.
- [44] Woo Jin Kwon, Joon Hyun Kim, Sang Won Seo, and Yong-il Shin. Observation of von kármán vortex street in an atomic superfluid gas. *Physical review letters*, 117(24):245301, 2016.
- [45] Samuel Popof. wavefronthsaping/alp4lib: First release. Feb 2017.