Temas Selectos de Óptica

Tarea 1

1. Demostrar que la ecuación de onda

$$\nabla^2 \vec{E}(\vec{r},t) - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r},t)}{\partial t^2} = 0, \tag{1}$$

   en donde la velocidad de propagación es

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}},$$

   se puede solucionar por el método de separación de variables y que su parte espacial corresponde a

$$\nabla^2 \vec{E}(\vec{r}) + k^2 \vec{E}(\vec{r}) = 0.$$

2. Escribir al modo Gaussiano usando la forma

$$\vec{E}(\vec{r},t) = E_0 \left[\alpha(\vec{r},t)\exp(i\omega t) + \alpha^*(\vec{r},t)\exp(-i\omega t)\right]\vec{P}(\vec{r},t),$$

   en donde

$$\alpha(\vec{r},t) = \alpha_0(\vec{r},t)\exp\left[i\phi(\vec{r},t)\right]$$

   es la amplitud compleja que hemos descrito en clase.

3. Use la representación compleja para encontrar el campo resultante $E = E_1 + E_2$, con $E_1 = E_0\cos(kz-\omega t)$ y $E_2 = -E_0\cos(kz-\omega t)$. Describa la onda compuesta.

4. El valor promedio a lo largo de un tiempo de cualquier función F(t) está dado por

$$\langle F(t)\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T F(f)dt.$$

Demostrar que

$$\langle\cos^2(\omega t + \phi)\rangle = \frac{1}{2},$$
$$\langle\sin(\omega t + \phi)\rangle = 0$$

independientemente de la fase y que

$$\langle\sin(kz + \omega t)\cos(kz + \omega t)\rangle = 0$$

siempre y cuando $T = n2\pi/\omega$ ó $T >> 2\pi/\omega$ (para los tres casos).